RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Fascicolo del febbraio 1925

MEMORIE E NOTE DI SOCI

Botanica. — *Acquisizione di caratteri nuovi nelle glumette di frumenti mutici ed aristati (Triticum folliculosum).* Nota del Socio Corrisp. NAZARENO STRAMPELLI.

Nell'anno 1910, nella coltura in 2ª generazione dell'ibrido *Rieti X El Kreloff*, eseguito nel 1908, fra le numerose forme apparse trovai un cesto, le cui spighe pubescenti avevano ariste brevi variamente contorte e con un allargamento laminare alla loro base, come vedesi nella figura *A* della tavola I.

Tale cesto, fortemente attaccato da ruggine anche sulle glume, si presentava in modo da far credere, a prima impressione, che il nuovo aspetto delle ariste fosse una deformazione dovuta ad attacco parassitario; ma osservazioni più accurate mi fecero escludere tale supposizione. Perciò seminai le cariossidi di dette spighe, le quali nella generazione seguente diedero cesti portanti, tutti, spighe pubescenti ed aventi ariste brevi, contorte e con porzione laminare alla base. Dopo ciò dovei concludere, pertanto, di trovarmi di fronte all'apparizione di un carattere che, probabilmente latente in uno dei genitori, era divenuto manifesto per opera dell'incrocio, che nella sua 2ª generazione avrebbe determinata una combinazione di gameti, in cui la determinante positiva era stata liberata dalla presenza della determinante negativa di quel carattere.

Fui allettato dall'idea di appropriarmi di questo carattere e servirmene come un contrassegno di riconoscimento da dare a qualcuna delle mie future varietà di frumenti, ed eseguiti vari incroci, per i quali, dopo opportuni lavori di fissazione e selezione, sono riuscito ad ottenere fra gli altri il frumento riprodotto nelle figure *B* e *C* della tavola I, e che, presentando buone qualità colturali per produttività, resistenza alle ruggini ed all'allettamento e buone qualità molitorie, sarà distribuito, col nome di MIDA, per le prove territoriali non appena ne avrò, moltiplicandolo, un quantitativo sufficiente alla bisogna.

Tale nuovo carattere consiste in un allargamento laminare della base dell'arista, formante un vero follicolo aperto nella parte ventrale (v. figura *C* della tavola I), cosicchè ho creduto dovere assegnare, a tutti i frumenti portanti il nuovo carattere, il rispondente nome di *Triticum folliculosum*.

Un altro incrocio, il *Tientsin X Rieti*, da me praticato nel 1914, diede origine ad una analoga apparizione.

Nella 2ª generazione (1916) infatti, fra i vari tipi apparsi, ne riscontrai uno le cui spighe, sembranti mutiche, avevano le glumette portanti al loro apice un rigonfiamento (follicolo) terminato, alla sua volta, da un piccolo accenno di arista (v. figura *A* della tavola II). Anche allora credei di dover fare dei nuovi incroci, per i quali ottenni vari tipi fissi interessanti.

Come si vede nella tavola II, ho conseguite delle forme follicolate perfettamente mutiche (fig. *B*), altre follicolate sub-aristate (fig. *C* e *F*), altre con follicolo laciniato (fig. *D*), altre con follicolo bi-tripartito o furcato (fig. *F*).

Quando queste forme avranno dimostrato e confermato, in modo indubbio, le loro buone attitudini rispondenti alle esigenze colturali e molitorie, anche delle migliori di esse ne verrà fatta la distribuzione per le prove territoriali.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulla generalizzazione del calcolo delle variazioni.* Nota di S. MANDELBROJT, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

1. - Nel problema generale delle variazioni si cerca un estremale, cioè una funzione continua e derivabile fino a un certo ordine, che renda minimo o massimo

$$(1) \qquad I = \int_{x_0}^{x_1} F[x, f(x), f'(x), \cdots f^{(n)}(x)]\, dx$$

dove F è una funzione soddisfacente alle note condizioni.

Il primo passo consiste a cercare la prima variazione di (1).

Si trova per questa variazione la formula di Lagrange

$$\delta I = \int_{x_0}^{x_1} \delta f(x) \left\{ \frac{\partial F}{\partial y} - \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] + \frac{d}{dx^2} \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right) + \cdots + \right.$$

$$\left. + (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} \left(\frac{\partial F}{\partial y^{(n)}} \right) \right\} dx + B$$

$$y = f(x),$$

dove contiene B dei termini che dipendono dalle variazioni di f e delle sue derivate in x_0 e x_1. Se le quantità $\delta f, (\delta f)' \cdots (\delta f)^{(n-1)}$ s'annullano nei punti x_0, x_1 o pure se $\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_{x_0} = \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_{x_1} = \left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)_{x_0} = \left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)_{x_1} = \cdots = \left(\frac{\partial F}{\partial y^{(n)}}\right)_{x_0} = \left(\frac{\partial F}{\partial y^{(n)}}\right)_{x_1} = 0$, anche il termine B si annulla.

La nozione di *funzionale* introdotta dal prof. Volterra ci permette di generalizzare questo problema introducendo la nozione di derivata generalizzata di Riemann-Liouville e considerando un'infinità continua di derivate della funzione $f(x)$, di cui l'ordine di derivazione varia in un intervallo dato.

Una nuova integrazione per parti dell'integrale che è a destra di (5) ci dà

$$(6) \qquad \int_0^1 \psi(x)\, D_x^{\alpha} \varphi(x)\, dx =$$

$$= (-1)^{m+1} \frac{1}{\Gamma(1-\varepsilon)} \int_0^1 \psi^{m+1}(x)\, dx \int_2^x (x-z)^{-\varepsilon} \varphi(z)\, dz +$$

$$+ \frac{1}{\Gamma(1-\varepsilon)} \left[\int_0^x (x-z)^{-\varepsilon} \varphi(z)\, dz \cdot \psi^{(m+1)}(x) \right]_0^1 + B$$

Applicando la formula di Dirichlet (1), si ha

$$\int_0^1 \psi^{(m+1)}(x)\, dx \int_0^x (x-z)^{-\varepsilon} \varphi(z)\, dz =$$

$$= \int_0^1 \varphi(z)\, dz \int_0^1 \psi^{(m+1)}(x)\, (x-z)^{-\varepsilon}\, dx$$

Permutando le variabili e i limiti d'integrazione sotto il secondo segno d'integrazione a destra, si ottiene

$$(7) \qquad \int_0^1 \psi^{(m+1)}(x)\, dx \int_0^x (x-z)\, \varphi(z)\, dz =$$

$$= -\int_0^1 \varphi(x)\, dx \int_1^x \psi^{(m+1)}(z)\, (z-x)^{-\varepsilon}\, dz$$

Ma si ha per una funzione $\Theta(z)$ qualunque

$$\frac{d}{dx} \int_a^x (x-z)^{-\varepsilon} \Theta(z)\, dz = \frac{1}{-\varepsilon} \int_a^x (x-z)^{-\varepsilon-1} \Theta(z)\, dz =$$

$$= -\int_a^x (x-z)^{-\varepsilon} \Theta'(z)\, dz \frac{1}{\varepsilon} \left[(x-z)^{-\varepsilon} \Theta(z) \right]_a^x =$$

$$= -\int_a^x (x-z)^{-\varepsilon} \Theta'(z)\, dz - \frac{1}{\varepsilon} (x-a)^{-\varepsilon} \Theta(a)$$

(1) Debbo l'applicazione di questa formula al prof. Volterra.

da cui

$$-\int_a^x (x-z)^{-\varepsilon}\,\Theta'(z)\,dz =$$

$$= \frac{d}{dx}\int_a^x (x-z)^{-\varepsilon}\,\Theta(z)\,dz + \frac{1}{\varepsilon}(x-a)^{-\varepsilon}\,\Theta(a)$$

Si ha dunque

$$(8) \qquad -\int_1^x \psi^{(m+1)}(z)\,(z-x)^{-\varepsilon}\,dz =$$

$$= (-1)^{1+\varepsilon}\int_1^x \psi^{(m+1)}(z)\,(x-z)^{-\varepsilon}\,dz =$$

$$= (-1)^{1+\varepsilon}\,\frac{d}{dz}\int_1^x (x-z)^{-\varepsilon}\,\psi^{(m)}(z)\,dz\ ^{(1)} + \frac{1}{\varepsilon}(x-1)^{-\varepsilon}\,\psi^{(m)}(1).$$

Risulta da (6), (7), (8) che se $\psi^{(n)}(0) = \psi^{(n)}(1) = 0$, $n = 0, 1, 2, \ldots m, m+1$, si ha

$$\int_0^1 \psi(x)\,D_x^{\alpha}\psi(x)\,dz =$$

$$= \frac{1}{\Gamma(-\varepsilon)}(-1)^{m+\varepsilon}\int_0^1 \psi(x)\,dx\,\frac{d}{dx}\int_1^x (x-z)^{-\varepsilon}\,\psi^{(m)}(z)\,dz$$

Ma l'espressione

$$\frac{1}{\Gamma(-\varepsilon)}\,\frac{d}{dx}\int_1^x (x-z)^{-\varepsilon}\,\psi^{(m)}(z)\,dz$$

(1) Qui è precisamente il fattore $(-1)^{1+\varepsilon}$ che rende reale questa espressione, perchè si ha:

$$\int_1^x (x-z)^{-\varepsilon}\,\psi^{(m)}(z)\,dz = \int_1^x [(z-x)\,(-1)^{-\varepsilon}\,\psi^{(m)}(z)\,dz = (-1)^{-\varepsilon}\int_1^x (z-x)^{-\varepsilon}\,\psi^{(m)}(z)\,dz$$

e l'integrale $\int_1^x (z-x)^{-\varepsilon}\,\psi^{(m)}(z)\,dz$ ha un valore reale; risulta dunque che:

$(-1)^{1+\varepsilon}\,\frac{d}{dx}\int_1^x (x-z)^{-\varepsilon}\,\psi^{(m)}(z)\,dz = -\frac{d}{dx}\int_1^x (z-x)\,\psi^{(m)}(z)\,dx$ è una quantità reale, purchè si prendano gli argomenti di $(-1)^{-\varepsilon}$, $(-1)^{+\varepsilon}$ eguali e di segno contrario.

rappresenta proprio la derivata d'ordine $m + \varepsilon = \alpha$ di $\psi(x)$, *se si prende per k nelle formole (2) il numero* 1.

Si ha dunque

$$(9) \qquad \int_0^1 \psi(x)\, D_x^\alpha \psi(x)\, dx = (-1)^\alpha \int_0^1 \psi(x)\, D_x^\alpha \psi(x)\, dx,$$

tenendo conto che il numero k che entra nella definizione di D_x^α è differente nei due membri dell'eguaglianza (ciò non presenta inconvenienti, in generale).

Si vede dunque che si ottiene, ammettendo condizioni perfettamente analoghe a quelle del calcolo classico, una formula d'integrazione per parti.

4. - Ritornando al nostro problema delle variazioni si vede che, per (3), si ha

$$(II) \qquad \delta I = \int_0^x dx \int_0^T F'_\alpha \left| [x, f(x, \alpha), \xi] \right| D_x^\xi \delta f(x)\, d\xi,$$

e per (9)

$$\int_0^1 F'_\alpha \left| [x, f(x, \alpha), \xi] \right| D_x^\xi \delta f(x)\, dx =$$

$$= (-1)^\xi \int_0^1 D_x^\xi F'_\alpha \left| [x, f(x, \alpha), \xi] \right| \delta f(x)\, dx$$

e allora in conclusione

$$(III) \qquad \delta I = \int_0^1 \left\{ \delta f(x) \int_0^T (-1)^\xi D_x^\xi F'_\alpha \left| [x, f(x, \alpha), \xi] \right| d\xi \right\} dx \ (1)$$

Bisogna supporre che $F'_\alpha \left| [x, f(x, \alpha), \xi] \right|$ si annulli con tutte le sue derivate rapporto a x d'ordine $1, 2, \cdots m, m + 1$ (2) nei punti $x = 0$ e $x = 1$, qualunque sia ξ.

La formula (3) ci fornisce una formula perfettamente analoga a quella di Lagrange.

Notiamo che per il calcolo delle estremali bisognerebbe considerare le equazioni del tipo

$$F \left| [x, \underset{\alpha=0}{\overset{\alpha=T}{f}} (x, \alpha)] \right| = 0$$

dove $f(x, \alpha) = D_x^\alpha f(x)$, che possiamo chiamare « equazioni differenziali ordinarie continue » rispetto a $f(x, 0) = f(x)$.

Noi parleremo di queste equazioni in un'altra Nota.

(1) V. la nota (1) della pagine precedente.

(2) $m + 1$ essendo il più grande intero inferiore al T.

Matematica. — *Di un'equazione integrale, che si presenta nella teoria statistica dell'effetto fotoelettrico.* Nota di F. Sbrana, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

1. Il Richardson è pervenuto alla determinazione della quantità di elettroni emessa, per effetto fotoelettrico, entro un corpo cavo a temperatura uniforme, ammettendo valida la legge di Wien, per la radiazione del corpo nero. Il dott. Fermi si è poi proposto di ricercare come si modifica il risultato del Richardson, quando si adotti la legge di Planck in luogo della detta legge di Wien; ed è stato condotto all'equazione integrale

$$(1) \qquad \int_0^\infty \frac{\nu^3 \psi(\nu)\, d\nu}{e^{h\nu x} - 1} = \frac{G}{R^2} \frac{e^{-w_0 x}}{x^2},$$

nella quale w_0, G, R, h sono costanti, ed $x = \frac{1}{RT}$ (T temperatura assoluta) [1]. Dall'esame dell'equazione (1), (non molto rigoroso, come egli stesso afferma) ha tratto diverse conseguenze notevoli, se non in tutto esattissime. Le osservazioni che seguono, mentre consentono di pervenire a qualche chiarimento ulteriore, possono servire a precisare le conclusioni del Fermi.

2. Per maggior semplicità, crediamo opportuno di porre

$$hx = s \quad , \quad \frac{w_0}{h} = p \quad , \quad \frac{R^2}{G h^2} \psi(\nu) = \varphi(\nu);$$

con ciò la (1) diviene

$$(2) \qquad s^2 \int_0^\infty \frac{\nu^3 \varphi(\nu)\, d\nu}{e^{\nu s} - 1} = e^{-ps}.$$

Consideriamo dapprima (come ha fatto il Fermi) l'equazione

$$(3) \qquad s^2 \int_0^\infty \nu^3 \varphi(\nu) \left(e^{-\nu s} + e^{-2\nu s}\right) d\nu = e^{-ps},$$

che si ottiene dalla (2) trascurando le potenze superiori alla seconda di $e^{-\nu s}$. Risolveremo agevolmente la (3), trovando che la derivata della funzione φ ha *infinite* discontinuità (non le due sole corrispondenti a $\nu = p$, $\nu = 2p$).

(1) Cfr., anche per la bibliografia sull'argomento, Fermi, *Sulla teoria statistica dell'effetto fotoelettrico*, « N. Cimento », vol. XXVI, 1923.

rappresenta proprio la derivata d'ordine $m + \varepsilon = \alpha$ di $\psi(x)$, *se si prende per k nelle formole (2) il numero* 1.

Si ha dunque

$$(9) \qquad \int_0^1 \psi(x)\, D_x^\alpha \psi(x)\, dx = (-1)^\alpha \int_0^1 \psi(x)\, D_x^\alpha \psi(x)\, dx,$$

tenendo conto che il numero k che entra nella definizione di D_x^α è differente nei due membri dell'eguaglianza (ciò non presenta inconvenienti, in generale).

Si vede dunque che si ottiene, ammettendo condizioni perfettamente analoghe a quelle del calcolo classico, una formula d'integrazione per parti.

4. - Ritornando al nostro problema delle variazioni si vede che, per (3), si ha

$$(II) \qquad \delta I = \int_0^x dx \int_0^T F'_\alpha \,|[x, f(x,\alpha), \xi]|\, D_x^\xi \delta f(x)\, d\xi,$$

e per (9)

$$\int_0^1 F'_\alpha \,|[x, f(x,\alpha), \xi]|\, D_x^\xi \delta f(x)\, dx =$$

$$= (-1)^\xi \int_0^1 D_x^\xi F'_\alpha \,|[x, f(x,\alpha), \xi]|\, \delta f(x)\, dx$$

e allora in conclusione

$$(III) \qquad \delta I = \int_0^1 \left\{ \delta f(x) \int_0^T (-1)^\xi D_x^\xi F'_\alpha \,|[x, f(x,\alpha), \xi]|\, d\xi \right\} dx \ (1)$$

Bisogna supporre che $F'_\alpha \,|[x, f(x,\alpha), \xi]|$ si annulli con tutte le sue derivate rapporto a x d'ordine 1, 2, $\cdots$ m, $m+1$ (2) nei punti $x = 0$ e $x = 1$, qualunque sia ξ.

La formula (3) ci fornisce una formula perfettamente analoga a quella di Lagrange.

Notiamo che per il calcolo delle estremali bisognerebbe considerare le equazioni del tipo

$$F\left|\left[x, \overset{\alpha=T}{\underset{\alpha=0}{f}}(x,\alpha)\right]\right| = 0$$

dove $f(x,\alpha) = D_x^\alpha f(x)$, che possiamo chiamare « equazioni differenziali ordinarie continue » rispetto a $f(x,0) = f(x)$.

Noi parleremo di queste equazioni in un'altra Nota.

(1) V. la nota (1) della pagine precedente.

(2) $m+1$ essendo il più grande intero inferiore al T.

Matematica. — *Di un'equazione integrale, che si presenta nella teoria statistica dell'effetto fotoelettrico.* Nota di F. Sbrana, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

1. Il Richardson è pervenuto alla determinazione della quantità di elettroni emessa, per effetto fotoelettrico, entro un corpo cavo a temperatura uniforme, ammettendo valida la legge di Wien, per la radiazione del corpo nero. Il dott. Fermi si è poi proposto di ricercare come si modifica il risultato del Richardson, quando si adotti la legge di Planck in luogo della detta legge di Wien; ed è stato condotto all'equazione integrale

$$(1) \qquad \int_0^\infty \frac{\nu^3 \psi(\nu)\, d\nu}{e^{h\nu x} - 1} = \frac{G}{R^2} \frac{e^{-w_0 x}}{x^2},$$

nella quale w_0, G, R, h sono costanti, ed $x = \frac{1}{RT}$ (T temperatura assoluta)[1]. Dall'esame dell'equazione (1), (non molto rigoroso, come egli stesso afferma) ha tratto diverse conseguenze notevoli, se non in tutto esattissime. Le osservazioni che seguono, mentre consentono di pervenire a qualche chiarimento ulteriore, possono servire a precisare le conclusioni del Fermi.

2. Per maggior semplicità, crediamo opportuno di porre

$$hx = s \quad , \quad \frac{w_0}{h} = p \quad , \quad \frac{R^2}{Gh^2} \psi(\nu) = \varphi(\nu);$$

con ciò la (1) diviene

$$(2) \qquad s^2 \int_0^\infty \frac{\nu^3 \varphi(\nu)\, d\nu}{e^{\nu s} - 1} = e^{-ps}.$$

Consideriamo dapprima (come ha fatto il Fermi) l'equazione

$$(3) \qquad s^2 \int_0^\infty \nu^3 \varphi(\nu) \left(e^{-\nu s} + e^{-2\nu s}\right) d\nu = e^{-ps},$$

che si ottiene dalla (2) trascurando le potenze superiori alla seconda di $e^{-\nu s}$. Risolveremo agevolmente la (3), trovando che la derivata della funzione φ ha *infinite* discontinuità (non le due sole corrispondenti a $\nu = p$, $\nu = 2p$).

(1) Cfr., anche per la bibliografia sull'argomento, Fermi, *Sulla teoria statistica dell'effetto fotoelettrico*, « N. Cimento », vol. XXVI, 1923.

Notiamo, per questo, che, posto

$$Q(v) = \sum_{0}^{\infty}{}_{n} (-1)^n \frac{v^{2n+1}}{(2n+1)!\,(2n+1)!},$$

si ha (1)

$$\int_0^\infty e^{-x} Q(vx)\, dx = \operatorname{sen} v,$$

ovvero, facendo $x = vs$, $v\nu = y$,

$$\int_0^\infty e^{-\nu s} Q(sy)\, ds = \frac{1}{\nu} \operatorname{sen} \frac{y}{\nu},$$

e derivando due volte rapporto ad y,

$$\int_0^\infty s^2 e^{-\nu s} Q''(sy)\, ds = -\frac{1}{\nu^3} \operatorname{sen} \frac{y}{\nu}. \tag{4}$$

Perciò, se si moltiplica la (3) per $Q''(sy)\, ds$, e si integra, tra i limiti zero e ∞, con uno scambio di integrazioni si trova

$$\int_0^\infty \varphi(\nu) \left[\operatorname{sen} \frac{y}{\nu} + \frac{1}{2^3} \operatorname{sen} \frac{y}{2\nu}\right] d\nu = -\int_0^\infty e^{-ps} Q''(sy)\, ds.$$

È facile eseguire l'integrazione al secondo membro, poichè dallo sviluppo in serie di Q'' segue subito

$$\int_0^\infty e^{-x} Q''(vx)\, dx = \frac{\operatorname{sen} v - v}{v^2},$$

ovvero, posto $x = ps$, $vp = y$,

$$\int_0^\infty e^{-ps} Q''(sy)\, ds = p\, \frac{\operatorname{sen} \frac{y}{p} - \frac{y}{p}}{y^2}.$$

Si ha quindi

$$\int_0^\infty \varphi(\nu) \left[\operatorname{sen} \frac{y}{\nu} + \frac{1}{2^3} \operatorname{sen} \frac{y}{2\nu}\right] d\nu = -p\, \frac{\operatorname{sen} \frac{y}{p} - \frac{y}{p}}{y^2}.$$

(1) Cfr. la nota *Sopra alcune formule di risoluzione...*, «Rend. Lincei» 1922, 1° sem., asc. 11°.

Moltiplichiamo ulteriormente per $\frac{1}{y}\cos\frac{y}{z}\,dy$, ove sia $z>0$, e integriamo, tra i limiti zero e ∞, con un altro scambio di integrazioni, e ricordando che l'integrale

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}\frac{y}{k}\cos\frac{y}{z}}{y}\,dy$$

vale zero per $k>z$, e $\frac{\pi}{2}$ per $k<z$, otteniamo

$$\int_0^z \varphi(v)\,dv+\frac{1}{2^2}\int_0^{\frac{z}{2}}\varphi(v)\,dv=-\frac{2p}{\pi}\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}\frac{y}{p}-\frac{y}{p}}{y^3}\cos\frac{y}{z}\,dy,$$

e con una derivazione (rapporto a z)

$$(5)\qquad \varphi(z)+\frac{1}{2^4}\varphi\left(\frac{z}{2}\right)=-\frac{2p}{\pi z^2}\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}\frac{y}{p}-\frac{y}{p}}{y^2}\operatorname{sen}\frac{y}{z}\,dy\,.$$

Relativamente all'integrale al secondo membro, osserviamo che essendo

$$\frac{1}{y}\operatorname{sen}\frac{y}{z}=\int_z^\infty \frac{1}{t^2}\cos\frac{y}{t}\,dt,$$

risulta

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}\frac{y}{p}}{y^2}\operatorname{sen}\frac{y}{z}\,dy=\int_z^\infty \frac{dt}{t^2}\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}\frac{y}{p}\cos\frac{y}{t}}{y}\,dy,$$

e per $0<z<p$ quest'ultimo integrale vale $\frac{\pi}{2p}$, mentre per $z>p$ vale $\frac{\pi}{2z}$.

Si ha poi

$$\int_0^\infty \frac{1}{y}\operatorname{sen}\frac{y}{z}\,dy=\frac{\pi}{2}.$$

Per conseguenza, otteniamo

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}\frac{y}{p}-\frac{y}{p}}{y^2}\operatorname{sen}\frac{y}{z}\,dy=0,\ \text{per}\ 0<z<p,$$

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}\frac{y}{p} - \frac{y}{p}}{y^2} \operatorname{sen}\frac{y}{z}\,dy = \frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{p}\right), \text{ per } z > p;$$

e la (5) ci dà

$$(6) \qquad \begin{cases} \varphi(z) + \frac{1}{2^4}\varphi\left(\frac{z}{2}\right) = 0, \text{ per } 0 < z < p, \\ \varphi(z) + \frac{1}{2^4}\varphi\left(\frac{z}{2}\right) = \frac{1}{z^2} - \frac{p}{z^3}, \text{ per } z > p. \end{cases}$$

Nell'intervallo $(0, p)$ si ha dunque

$$\varphi(z) = -\frac{1}{2^4}\varphi\left(\frac{z}{2}\right) = \frac{1}{2^8}\varphi\left(\frac{z}{4}\right) = \cdots = (-1)^n \frac{1}{2^{4n}}\varphi\left(\frac{z}{2^n}\right),$$

e quindi anche

$$\varphi(z) = \lim_{n=\infty} (-1)^n \frac{1}{2^{4n}}\varphi\left(\frac{z}{2^n}\right),$$

Ma al tendere della variabile a zero, φ si mantiene finita, anzi tende addirittura a zero [1]. Di qui risulta $\varphi(z) = 0$, per $0 < z < p$, (come aveva notato il Fermi). È poi, manifestamente,

$$\varphi(z) = \frac{1}{z^2} - \frac{p}{z^3}, \text{ per } p < z < 2p,$$

$$\varphi(z) = \frac{1}{z^2} - \frac{p}{z^3} - \frac{1}{2^4}\left[\frac{1}{\left(\frac{z}{2}\right)^2} - \frac{p}{\left(\frac{z}{2}\right)^3}\right], \text{ per } 2p < z < 4p;$$

in generale si trova, per induzione,

$$\varphi(z) = \sum_0^{n-1} (-1)^i \frac{1}{2^{4i}}\left[\frac{1}{\left(\frac{z}{2^i}\right)^2} - \frac{p}{\left(\frac{z}{2^i}\right)^3}\right], \text{ per } 2^{n-1}p < z < 2^n p,$$

ed $n = 1, 2, \cdots$ La funzione φ si mantiene continua per ogni valore di z, mentre la derivata, (come subito si verifica), è discontinua per $v = 2^n p$, $(n = 0, 1, 2, \cdots)$.

(1) Questa condizione è richiesta dal significato fisico della funzione φ; d'altra parte si trova facilmente che essa dev'essere verificata anche in conseguenza della prima delle (6).

Resta a vedersi se la funzione φ, così determinata, soddisfa effettivamente all'equazione (3). Dalle condizioni (6), ove si muti τ in ν, discende subito

$$\int_0^\infty \nu^3 \left[\varphi(\nu) + \frac{1}{2^4}\varphi\left(\frac{\nu}{2}\right)\right] e^{-\nu s}\, d\nu = \int_p^\infty (\nu - p)\, e^{-\nu s}\, d\nu = \frac{e^{ps}}{s^2};$$

d'altra parte

$$\frac{1}{2^4}\int_0^\infty \nu^3 \varphi\left(\frac{\nu}{2}\right) e^{-\nu s}\, d\nu = \int_0^\infty \nu^3 \varphi(\nu)\, e^{-2\nu s}\, d\nu;$$

di qui segue, senz'altro, la (3).

3. Con un procedimento simile al precedente, si potrebbe risolvere l'equazione

$$s^2 \int_0^\infty \nu^3 \varphi(\nu) \left[e^{-\nu s} + e^{-2\nu s} + \cdots + e^{-n\nu s}\right] d\nu = e^{-ps},$$

ottenuta dalla (2) trascurando le potenze superiori all'n. sima di $e^{-\nu s}$; ma preferiamo riferirci direttamente alla (2). Troviamo allora, per φ, le condizioni

$$\varphi(\nu) + \frac{1}{2^4}\varphi\left(\frac{\nu}{2}\right) + \frac{1}{3^4}\varphi\left(\frac{\nu}{3}\right) + \cdots = 0, \text{ per } 0 < \nu < p,$$

$$\varphi(\nu) + \frac{1}{2^4}\varphi\left(\frac{\nu}{2}\right) + \frac{1}{3^4}\varphi\left(\frac{\nu}{3}\right) + \cdots = \frac{1}{\nu^2} - \frac{p}{\nu^3}, \text{ per } \nu > p.$$

Risulterà, ancora, $\varphi(\nu) = 0$, per $0 < \nu < p$, come si può vedere con un'opportuna estensione delle osservazioni fatte sopra; e successivamente

$$\varphi(\nu) = \frac{1}{\nu^2} - \frac{p}{\nu^3}, \text{ per } p < \nu < 2p,$$

$$\varphi(\nu) = \frac{1}{\nu^2} - \frac{p}{\nu^3} - \frac{1}{2^4}\left[\frac{1}{\left(\frac{\nu}{2}\right)^2} - \frac{p}{\left(\frac{\nu}{2}\right)^3}\right], \text{ per } 2p < \nu < 3p,$$

$$\varphi(\nu) = \frac{1}{\nu^2} - \frac{p}{\nu^3} - \frac{1}{2^4}\left[\frac{1}{\left(\frac{\nu}{2}\right)^2} - \frac{p}{\left(\frac{\nu}{2}\right)^3}\right] -$$

$$- \frac{1}{3^4}\left[\frac{1}{\left(\frac{\nu}{3}\right)^2} - \frac{p}{\left(\frac{\nu}{3}\right)^3}\right], \text{ per } 3p < \nu < 4p;$$

mentre per $4p < \nu < 5p$, la φ conserva l'espressione che aveva nell'intervallo precedente. Per conseguenza, φ' non ha discontinuità per $\nu = 4p$, e si verifica agevolmente la stessa circostanza per $\nu = 8p, 9p$. Proseguendo i calcoli, ci troviamo indotti a ritenere che sia, in generale

$$\varphi(\nu) = \sum_{1}^{n}{}_{i} A_i \left[\frac{1}{\left(\frac{\nu}{i}\right)^2} - \frac{p}{\left(\frac{\nu}{i}\right)^3} \right], \text{ per } np < \nu < (n+1)p,$$

con $A_i = (-1)^k \frac{1}{i^4}$, per $i = p_1 p_2 \cdots p_k$, ove $p_1, p_2, \cdots, p_k$ siano numeri primi distinti, e $A_i = 0$, se i è divisibile per un quadrato; e che si presentino discontinuità per φ' quando $\nu = np$, *purchè n non sia divisibile per un quadrato.*

Fisica. — *Su alcuni effetti prodotti da moti rotatorî*[1]. Nota di A. Carrelli presentata dal Socio M. Cantone.

L'elemento di simmetria caratteristico del campo magnetico è, come ben si conosce, un vettore assiale, analogo cioè a quello che individua una rotazione attorno ad un asse, e le analogie esistenti fra i fenomeni corrispondenti sono state studiate in alcuni casi nel modo più completo sia teoricamente che sperimentalmente. Le esperienze di J. Barnett[2], per esempio, hanno mostrato che un metallo ferromagnetico posto in rotazione si magnetizza, e l'intensità di magnetizzazione ottenuta per questa via, e cioè mediante una velocità angolare di rotazione uguale ad ω, è quella che si avrebbe in un campo magnetico d'intensità data dalla relazione:

$$H = 2 \frac{m}{e} \omega;$$

d'altra parte si è mostrato che la magnetizzazione è accompagnata da un impulso che genera sul pezzo magnetizzato un moto rotatorio (effetto Einstein-de Haas)[3]. Questi due effetti sono stati studiati solo nei metalli ferromagnetici e i risultati sperimentali si accordano con quelli cui si è pervenuti teoricamente[4].

È da ricercare ora se un moto di rotazione intorno ad un asse può produrre effetti analoghi a quelli generati da un campo magnetico, ma ri-

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto Fisico di Napoli; presentato nella seduta del 16 nov. 1924.

(2) J. Barnet, « Phys. Rev. », vol. VI, n. 4, p. 239.

(3) « Rapports du Conseil de Physique de Solvay », I, 923, p. 206.

(4) *Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften*, Band II, 1923.

scontrabili in tutti i corpi. In questa Nota verranno appunto svolte alcune considerazioni su tale quesito e precisamente si tratterà degli analoghi degli effetti galvanomagnetici e dell'effetto Faraday.

Per i primi si può ragionare nel modo seguente: la ruota di Barlow produce moto a spese della corrente nel campo magnetico, o una differenza di potenzale fra centro e periferia qualora sia messa in rotazione nel campo. Ora oltre queste due possibilità ve n'è evidentemente ancora una terza da esaminare, e cioè quella di far ruotare la lamina mentre è attraversata radialmente da corrente. Quale sarà allora l'effetto che ne nasce? Per procedere allo studio di tale quistione si consideri un disco metallico a forma di corona circolare di raggi interno ed esterno r_1 e r_2 il cui spessore sia h e percorso radialmente da una corrente d'intensità I, raccolta poi alla periferia mediante opportuno sistema, e s'immagini che tale disco sia posto in rotazione intorno all'asse trasversale di simmetria con una velocità angolare ω. Gli elettroni nell'interno del metallo sono sollecitati dal campo elettrico agente lungo i raggi e dall'azione di trascinamento dovuta ai centri positivi. Si consideri perciò nel disco una circonferenza di raggio r e s'immagini soppresso per un momento il campo agente dal centro alla periferia. Per azione del moto del disco gli elettroni, che in un certo istante si trovano su tale circonferenza, hanno una velocità tengenziale data da ωr, in virtù dell'ipotesi fondamentale, base di tutti i fenomeni elettrodinamici che cioè le azioni risentite dagli elettrodi si trasmettono integralmente alla materia e viceversa, ipotesi che è in pieno accordo con i risultati ottenuti, per esempio, con le ruote di Barlow [1]. Se ora agisce il campo elettrico gli elettroni sono sollecitati ad allontanarsi, per esempio, dal centro verso la periferia e quindi se in un tempo dt l'elettrone passa dalla distanza r alla distanza $r + dr$ dal centro, sempre in virtù dell'ipotesi fatta la variazione di velocità è $\omega\, dr$ e perciò l'accelerazione media corrispondente viene espressa da $\omega \frac{dr}{dt}$ ossia da ωv se con v denotiamo la velocità radiale dell'elettrone dipendentemente dal campo elettrico agente. Di qui si ricava che gli elettroni hanno una velocità tangenziale data da:

$$V_m = \frac{1}{2}\, \omega\, v t_m$$

se t_m è il tempo medio intercedente fra un urto e il successivo. Una certa quantità di corrente circola adunque lungo il disco come nel caso dell'effetto Corbino.

L'elemento di di questa corrente che passa tangenzialmente e attraverso un elemento di superficie dato da $h\, dr$ è evidentemente:

$$di = N\, e\, V_m\, h\, dr = \frac{1}{2}\, \omega\, t_m\, N\, e\, v\, h\, dr$$

(1) A. Carrelli, *Sulla rueta di Barlow*. «N. C.», 1924.

se N è il numero di elettroni liberi per unità di volume. Poichè l'intensità della corrente I che passa nel disco è:

$$I = N e v 2\pi r h,$$

da questa relazione si può ricavare v che risulta:

$$v = \frac{I}{N e 2\pi r h}$$

e sostituita nella espressione di di ci dà:

$$di = \frac{1}{2}\omega t_m \frac{I}{2\pi}\frac{dr}{r}$$

ma dalle formale della teoria elettronica si ricava che:

$$\frac{1}{2} t_m = \frac{\sigma}{Ne}\frac{m}{e}$$

dove σ è la conducibilà del metallo considerato e e e m le costanti elettroniche, quindi sostituendo e integrando da r_1 a r_2 si ottiene come valore di i l'espressione:

(1) $$i = \frac{I}{2\pi} \log \frac{r_1}{r_2} \frac{\sigma}{Ne}\frac{m}{e}\omega.$$

Prima di discutere questa formula sarà bene ritrovare quella relativa all'effetto Corbino con un ragionamento basato su considerazioni semplici. Nel caso che la lamina *fissa* sia posta in un campo magnetico d'intensità H, la velocità tengenziale media dell'elettrone deviato da questo campo, perchè in moto con velocità v in una direzione perpendicolare, sarà:

$$V_m = \frac{1}{2}\frac{H e v}{m} t_m$$

e quindi l'elemento di di corrente circolare sarà:

$$di = N e \frac{1}{2}\frac{H e v}{m} t_m h\, dr$$

e cioè essendo:

$$I = N e v 2\pi h r$$

sarà:

$$di = H I \frac{1}{2}\frac{t_m}{m} e \frac{dr}{2\pi r}$$

e la corrente totale che circola nel disco:

$$i = \mathrm{H\,I}\,\frac{1}{2}\,\frac{t_m\,e}{m}\,\frac{1}{2\,\pi}\log\frac{r_2}{r_1}\,,$$

ma:

$$\frac{1}{2}\,t_m = \frac{\sigma}{\mathrm{N}\,e}\cdot\frac{m}{e}$$

quindi:

$$i = \mathrm{H\,I}\,\frac{\sigma}{\mathrm{N}\,e}\,\frac{1}{2\,\pi}\log\frac{r_2}{r_1}\,;$$

dalla teoria dei fenomeni galvanomagnetici si ha che:

$$\frac{1}{\mathrm{N}\,e} = \mathrm{R} \quad \text{e} \quad \mathrm{E} = \sigma\,\mathrm{R}$$

essendo R la costante dell'effetto Hall e E quella dell'effetto Corbino; si conclude quindi che:

$$(2) \qquad i = \frac{\mathrm{E\,H\,I}}{2\,\pi}\log\frac{r_2}{r_1}\,.$$

Confrontando questa (2) con la (1) si ricava che l'intensità della corrente che circola tangenzialmente in un disco posto in rotazione è uguale a quella che si avrebbe se il disco fosse immerso in un campo magnetico d'intensità H_1 data dalla relazione:

$$(3) \qquad \mathrm{H}_1 = \frac{m}{e}\,\omega\,.$$

Analogamente a questo caso è da prendere in esame l'effetto dipendente da una rotazione impressa ad una lamina circolare attorno l'asse normale di simmetria mentre è percorsa da corrente d'intensità I, addotta mediante due elettrodi fissati ai due punti A e B e perciò girevoli con la lamina, corrispondenti agli estremi di un diametro (fig. 1). Per effetto della rotazione un elettrone mobile sotto l'azione del campo agente fra A e B subisce delle variazioni di velocità modificando la sua distanza dal centro di rotazione. In assenza del moto il diametro $A'\,B'$ normale ad $A\,B$ è una linea equipotenziale; calcoliamo ora lungo questa direzione le componenti delle anzidette variazioni di velocità che subiscono gli elettroni quando sotto l'azione del campo elettrico agente fra $A\,B$ tagliano $A'\,B'$, e precisamente supponiamo che un elettrone si trovi in P e dopo un certo tempo dt passi in P', punto situato su $A'\,B'$. La velocità posseduta per azione degli urti in P è $\omega\,r$, in P' è $\omega\,r_1$, e la variazione della componente della velocità lungo $A'\,B'$

è evidentemente $\omega r \operatorname{sen} \Delta\alpha$, ma $r \operatorname{sen} \Delta\alpha = ds$ e quindi la componente dell'accelerazione lungo la linea anzidetta è:

$$\frac{\omega r \operatorname{sen} \Delta\alpha}{dt} = \omega \frac{ds}{dt} = \omega v .$$

Può dirsi quindi che la velocità media di un elettrone lungo $A' B'$ per effetto del moto di rotazione della lamina intorno ad O con velocità ω è:

$$V_m = \frac{1}{2} v \omega t_m$$

essendo come già si è detto t_m il tempo medio intercedente fra due urti successivi. Gli elettroni saranno pertanto sollecitati a muoversi lungo $A' B'$

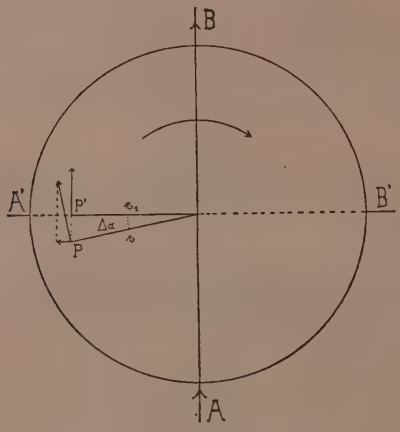


Fig. 1

finchè non si creerà una differenza di potenziale antagonista che si oppone al moto. Indicando con u la mobilità elettronica nel metallo considerato e con D il diametro del disco si otterrà il suddetto equilibrio con una differenza di potenziale fra $A' B'$ che soddisfi l'equazione:

$$\frac{\Delta V}{D} e u = \frac{1}{2} \omega v t_m ,$$

ma indicando con j la densità di corrente poichè $j = N e v$ sarà:

$$v = \frac{j}{N e} = R j ;$$

e d'altra parte poichè:

$$\frac{1}{2} \frac{t_m}{u} = m$$

essendo m la massa elettronica si ricava che:

$$\frac{\Delta V}{D} = R \frac{m}{e} \omega j \tag{4}$$

oppure indicando con h lo spessore della lamina e ricordando che se I è l'intensità della corrente che passa nel disco:

$$j = \frac{I}{D h}$$

si ottiene:

$$\Delta V = \frac{R}{h} \frac{m}{e} \omega I . \tag{4'}$$

Come vedesi anche in questo caso si ha un effetto analogo a quello generato da un campo magnetico d'intensità data dalla (3).

Sarà bene notare che il valore di questo campo magnetico equivalente può anche ottenersi relativamente al primo dei due casi esaminati ragionando come segue: in un disco percorso da corrente radiale e girevole intorno ad un asse le linee di corrente deformate diventano da radiali spiraliformi. Per ottenere questa deviazione o in altre parole per porre in rotazione il disco bisogna compiere un lavoro, trascinando tangenzialmente gli elettroni mobili lungo i raggi. Ora il lavoro fatto per trasportare un elettrone dalla distanza r del centro alla distanza $r + dr$ è:

$$\frac{1}{2} m (r + dr)^2 \omega^2 - \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = m \omega^2 r \, dr$$

e se i è l'intensità della corrente il numero di elettroni che passa nell'unità di tempo è $\frac{i}{e}$ e quindi la potenza elementare è:

$$d p = \frac{i}{e} m \omega^2 r \, dr$$

e la complessiva si otterrà integrando da r_1 a r_2:

$$p = \frac{1}{2} m \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) \frac{i}{e}$$

A questa espressione può uguagliarsi quella che esprime la potenza spesa per far ruotare lo stesso disco percorso da corrente della stessa intensità in un campo magnetico d'intensità H_1 tale da essere appunto equivalente alla rotazione. Si ottiene cioè:

$$\pi (r_2^2 - r_1^2) H_1 i \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2} m \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) \frac{i}{e}$$

da cui:

$$H_1 = \frac{m}{e} \omega .$$

Si può anche dire che la potenza spesa per far ruotare il disco dipenda da una differenza di potenziale agente fra centro e periferia data da:

$$\Delta V = \frac{1}{2} \frac{m}{e} \omega^2 (r_2^2 - r_1^2).$$

Ora per ottenere la stessa differenza di potenziale per azione di un campo magnetico in un disco mobile con la stessa velocità angolare bisogna che questo campo sia d'intensità H_1 tale da soddisfare la relazione:

$$\frac{1}{2} \frac{m}{e} \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) = \frac{1}{2} H_1 \omega (r_2^2 - r_1^2)$$

e cioè si ricava lo stesso risultato.

Gli effetti dati dalle (2) e (4) o (4′) sono estremamente piccoli dipendentemente dal piccolissimo valore di H_1; infatti si ha:

$$H_1 [\text{Gauss}] = 5{,}65 \times 10^{-8} \omega$$

e ω non può assumere valori molto elevati. Così in base alla (4′) scegliendo come metallo il *Te* per il quale può assumersi all'incirca $R = 4 \times 10^2$ ed usando un disco di 10^{-2} cm. di spessore, girevole con una velocità di 10 giri al secondo e percorso da una corrente di 10 ampère si ha:

$$\Delta V [\text{Volta}] = \frac{4 \times 10^2}{10^{-2}} 5{,}65 \times 10^{-8} \times 10 \times \frac{10}{10} \times 10^{-8} = 2{,}26 \times 10^{-10}.$$

C'è infine da stabilire l'esistenza di un fenomeno analogo all'effetto Faraday e cioè la rotazione del piano di polarizzazione della luce prodotta dalla rotazione intorno ad un asse del corpo *dispersivo* (1); si consideri quindi in un tale mezzo una terna d'assi parallela ai tre vettori fondamentali i, j, e k, e sia H l'intensità di un campo magnetico con le linee di forza parallela al vettore k. In queste condizioni l'equazione del moto di un elettrone sollecitato dal campo elettrico E di un'onda incidente può scriversi:

$$m \frac{d^2 s}{d t^2} + 2\rho \frac{ds}{dt} + f s + e H k \wedge \frac{ds}{dt} = e E.$$

Da questa ben nota equazione si ricavano tutti gli effetti del campo H, e tra gli altri la rotazione del piano di polarizzazione della luce con le ben note particolarità (2).

(1) Il Fermi, «Rend. Acc. dei Lincei», serie V, vol. XXXII, sem. 1°, p. 115, 1923, ha trattato il problema analogo relativo ad un nesso non dispersivo.

(2) Cfr. Voigt, *Magneto und Elektrooptik*, p. 125.

Posto ciò si supponga che il mezzo dispersivo invece di trovarsi immerso in un campo magnetico sia in rotazione con velocità angolare ω intorno ad un asse parallelo al vettore k. L'elettrone che si trovi a distanza r dall'asse di rotazione sarà soggetto ad una forza centrifuga d'intensità $m\omega^2 r$, la cui direzione è perpendicolare alla velocità ωr e al vettore k. In questo nuovo caso nell'equazione del moto dell'elettrone bisogna sostituire alla forza magnetica:

$$e\,H\,k \wedge \frac{ds}{dt} \quad \text{o} \quad e\,H\,k \wedge v$$

questa forza centrifuga generata dalla rotazione che può porsi sotto la forma vettoriale $m\,\omega\,k \wedge v$.

Si ricava quindi anche in queste condizioni che la rotazione equivale all'azione di un campo magnetico d'intensità date dalla (3).

Anche questo effetto, per le stesse ragioni dette precedentemente dipende da un coefficiente molto piccolo. Così nel caso del solfuro di carbonio per la luce del sodio si ha $\rho = 4{,}3 \times 10^{-2}$, quindi usando un tubo di vetro di 10^2 cm. di lunghezza e imprimendo a questo tubo una velocità di 10 giri al secondo e ottenendo mediante riflessioni che il percorso della luce nel liquido si compia 10 volte l'angolo in primi risulta:

$$\alpha = \rho\, l\, H = \rho\, l\, \frac{m}{e}\omega = 4{,}3 \times 10^{-2} \times 10^2 \times 10 \times 5{,}6 \times 10^{-8} \times 10 = 2{,}4 \times 10^{-5}$$

Nel caso dei metalli ferromagnetici in istrati sottili si ha il vantaggio di un grande aumento di ρ in determinate regioni spettrali dipendentemente dalla dispersione anomala, ma lo svantaggio dipendente dal necessario uso di spessori sottilissimi.

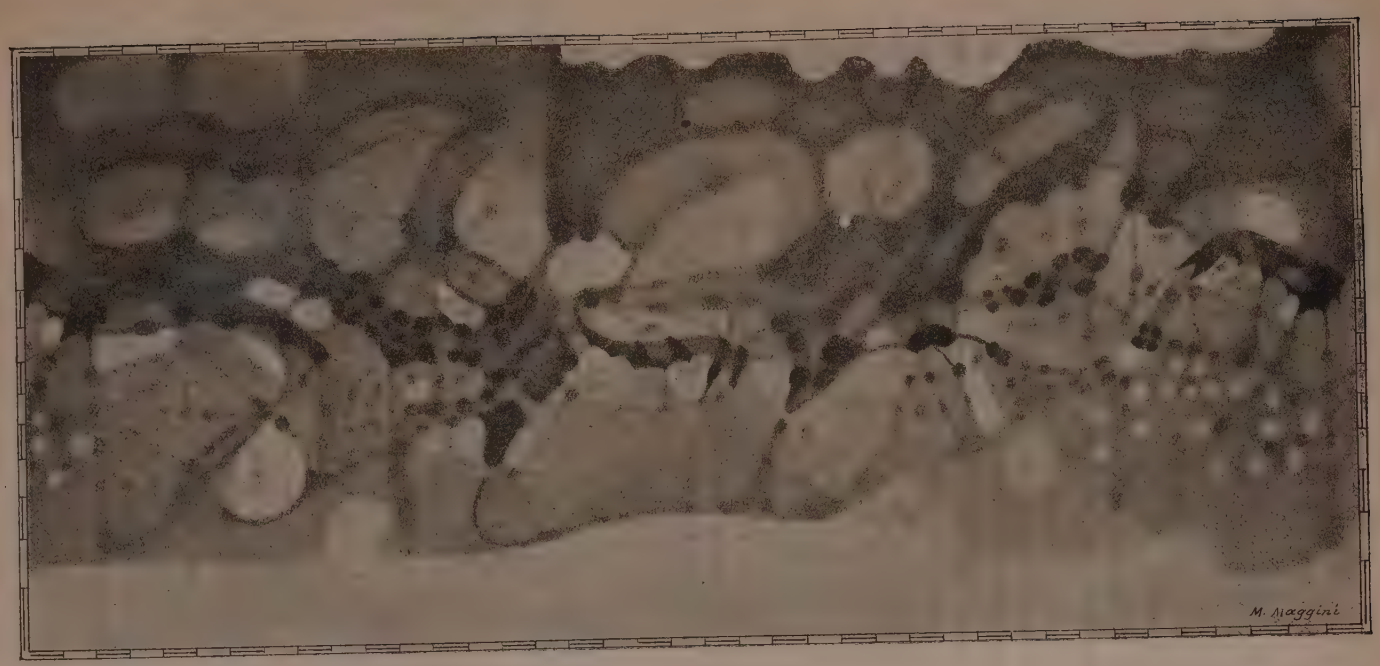
Astronomia. — *L'aspetto delle macchie di Marte osservato a Catania nel 1924.* Nota di MENTORE MAGGINI, presentata dal Socio V. CERULLI.

Le osservazioni astronomiche e fisiche sul pianeta Marte sono state continuate a Catania durante il 1924, secondo il programma adottato nelle scorse opposizioni [1], col solito rifrattore Merz-Cavignato (apert. m. 0.33, distanza focale m. 5.57) usato sempre a piena apertura e con ingrandimenti da 300 a 500 volte.

Le misure dell'angolo di posizione della calotta polare australe e del luogo areografico delle principali macchie, verranno ridotte a suo tempo, insieme a quelle prese nel 1922; mi onoro frattanto di presentare all'Accademia una Carta generale delle regioni comprese fra — 70° e + 50° di latitudine areografica, quale mi è stato possibile tracciare in base ai disegni presi durante il periodo in cui il pianeta si trovava più prossimo alla Terra. Questa Carta rappresenta, in definitivo, la configurazione più stabile degli instabilissimi aspetti secondo i quali si sono manifestate all'occhio dell'osservatore le macchie chiare ed oscure di Marte; un confronto con le classiche Carte di Schiaparelli farà vedere, fra l'altro, come quelle regioni da lui denominate *Mari*, *Laghi*, *Terre*, lungi dall'apparire come unità topograficamente distinte, abbiano rivelato, nel 1924, una struttura molto complessa, mostrando d'essere, alla lor volta, degli ammassi di altre macchie più piccole.

Tale struttura a *pelle di leopardo* (già sospettata da alcuni osservatori durante l'opposizione del 1909) è probabilmente lo stadio ultimo a cui è permesso giungere alla visione col telescopio attuale, o almeno, abbiamo

(1) I miei studii su Marte datano dall'opposizione del 1907 che, insieme a quella del 1909, osservai con gli strumenti dell'Osservatorio Ximeniano di Firenze, dove allora ero Assistente. Osservai le opposizioni seguenti, dal 1911 al 1920, all'Osservatorio di Arcetri e quindi, trasferito al R. Osservatorio Astrofisico di Catania, potei continuare questi studii col rifrattore Merz-Cavignato. Il materiale di osservazione è per la maggior parte tuttora inedito, fuorchè quello che si riferisce all'opp. 1909 (Cfr. *Pubbl. dell'Osserv. Ximeniano*, N. 103. Pavia 1910) ed alcuni brevi rapporti inviati a Giamaica nella mia qualità di *Associated Observer of Mars*; ciò deve imputarsi al mio desiderio di studiare il pianeta in tutte le possibili inclinazioni dell'asse, di diametro apparente e di declinazione geocentrica prima di tirare una qualsiasi conclusione: col 1924 si chiude appunto un ciclo di tale natura.



Mappa Areographica (1924).

tutte le buone ragioni per credere che rappresenti, nell'evoluzione dell'immagine ottica del pianeta, un grado superiore a quello delle linee schiaparelliane. Essa è balenata, in alcuni fortunati quanto fugaci momenti, in tutta quella vasta regione, priva di grandi macchie, che va dal 50° al 180° meridiano e, in modo più stabile, nelle plaghe oscure chiamate Mare Tirreno e Gran Sirte. Il meccanismo attraverso il quale l'occhio è giunto ad una simile configurazione delle macchie è stato oltre ogni dire istruttivo, perchè ha permesso all'osservatore di sorprendere qualcuno di quei processi dai quali trae origine l'immagine attuale di Marte; cio è accaduto specialmente intorno all'opposizione, all'epoca in cui il pianeta rivolgeva a noi una delle sue facce più caratteristiche: la regione di Taumasia col Lago del Sole. Mi soffermerò a descrivere quanto è accaduto nell'immagine di queste macchie, cercando di tener conto dei varii stati attraversati dalla visione.

La Taumasia delle Carte di Schiaparelli, e di quasi tutti gli osservatori del secolo scorso, consiste in un bell'arco regolare, lucente, nel cui interno spicca la grossa macchia rotonda del Lago del Sole, lago che, dal punto di vista ottico, non è che la sensazione risultante, il baricentro, degli scuri disseminati in quello spazio. Man mano che la vista si è approfondita, un'unica macchia non è stata più sufficiente ad integrare quei differenziali d'ombra ed il Lago del Sole si è scisso in due, poi in tre parti, mentre numerosi filamenti si sono protesi fino al margine di Taumasia.

Nel 1924 è stato possibile raggiungere un grado tale di profondità visiva da risultarne quasi il disgregamento della macchia. Nelle sere del 13, 14 e 15 agosto, Taumasia, presso al bordo W del disco, presentava una notevole quantità di particolari, dei quali il più cospicuo era il vasto ammasso oscuro, a forma di chitarra, costituito dal Lago del Sole col «canale» Nettare: il Lago Titonio era una macchia oscura, trapezoidale, attaccata al Golfo dell'Aurora per mezzo del Coprate molto cupo. Nei primi momenti, la faccia del pianeta riproduceva l'aspetto quasi sempre veduto, dal 1907 in poi, quello cioè del Lago del Sole doppio e cupo, però, perseverando nell'osservazione, si poteva vedere il bordo australe del Lago farsi più intenso, per varie condensazioni che vi si andavano formando. Ma giunta Taumasia ad esser centrale al disco, ecco che, da splendente che era nell'obliquità, parve ricoprirsi di fumo, mentre in questo fumo svaniva la regione del Lago del Sole, improvvisamente fatta meno cupa; quello che rimaneva dell'elegante arco lucente e della grossa macchia a chitarra, era una confusione di piccole macchiette oscure, sempre più ammassate verso il centro di Taumasia, nel posto del Lago del Sole. Ciò durava, a varie riprese, per una frazione di secondo; in tutti gli altri momenti, e per durate superiori a qualche secondo, la sensazione più stabile del Lago del Sole consisteva in varie macchiette ovali, risaltanti su di un fondo grigio cupo: la parte più occidentale del Lago; cioè la sua componente di W, appariva costituita da tre fra le più grandi di tali macchie, di circa 0".7,

mentre nella componente di Est se ne potevano contare altre tre più piccole, e tre ancora erano quelle da cui sembrava originarsi la larga striscia del Nettare: quest'ultime non erano più grandi di 0″.5.

Nel tempo che questi fenomeni si succedevano entro la Taumasia, altri ne accadevano al di fuori, nel Lago Titonio e nella larga striscia del Gange. Il Titonio ed il Gange erano scomparsi: quasi tutta la metà inferiore del disco di Marte appariva, in culminazione, occupata da una vasta regione grigia, che si estendeva fino al Lago della Luna; erano sfumature e sfilacciature che l'occhio percepiva per frazioni di secondo, ma che l'osservatore era incapace a racchiudere con un profilo ed a fissare sulla carta. Anche in questo caso, la sensazione più stabile era quella data da tante piccole macchiette, così che la parte più cupa di quel vasto ammasso che costituiva il Lago Titonio assumeva l'aspetto di un grappolo d'uva, attaccato al Golfo dell'Aurora mediante il grosso picciuolo del Coprate. Stimai giusto al limite di risoluzione dell'obiettivo di Catania quelle tenui macchiette, cioè circa 0″.4; esse si disponevano allineate lungo il margine Sud del Lago Titonio, verso Taumasia, fondendosi, nelle immagini meno buone, in un profilo assai nitido.

Un altro fatto ha, secondo me, caratterizzata l'opposizione del 1924: la poca visibilità dei « canali » semplici o geminati. Quelle poche linee che si possono trovare sulla Carta, sono state vedute molto fugacemente e, giova dirlo, non sempre con condizioni d'immagine ottime; le più cospicue, come Gehon, Gange, Arasse, Cerbero ecc., ebbero un aspetto di larghe strisce grige, ed il tono dei loro margini andava soggetto a notevoli fluttuazioni. Molte altre linee, come Indo e quelle che emanano dal margine settentrionale del Mare delle Sirene, nei momenti d'immagine ottima parvero svanire in pennacchi slargati o trasformarsi (esempio bellissimo l'Averno) in varie macchiette grossolanamente allineate. In tutta la regione a Nord del Mare delle Sirene, dalla Fortuna al Titano, nelle sere eccezionali del 7 e 9 agosto, scomparve ogni traccia di linea o di nucleo e, per qualche secondo, tutta la faccia del pianeta si ricoprì di una granulazione variopinta, irregolarmente distribuita, come se una mano invisibile vi avesse sparsa della grossa sabbia, dai grani viola e verdi e rossi e gialli; poi l'occhio, che voleva ad ogni costo vedere, riuscì a raccogliere tutti i grani chiari in piccole macchiette lucenti, i grani oscuri in minutissimi nuclei e sfumature, e ne risultò un aspetto non dissimile a quello che presenta talvolta la zona equatoriale di Giove; poi, ancora, le macchie lucenti si confusero in plaghe arancio-rosate, i nuclei e le sfumature presero consistenza di strisce slargate a tromba o di pennacchi di fumo: ma ormai l'immagine si era guastata. Tutto ciò impiegò per manifestarsi un tempo di gran lunga più breve di quanto ne ho impiegato per descriverlo.

Ho voluto riportare, con qualche particolare, il modo secondo cui si è manifestata al mio occhio la struttura delle macchie di Taumasia e di

quelle al Nord del Mare delle Sirene, perchè esso è, all'incirca, il modo riscontrato in molte altre regioni del pianeta. L'insegnamento che possiamo trarre da questi fatti, è, ancora oggi, quello suggerito, or sono ormai trenta anni, dall'astronomo italiano, autore della cosidetta *teoria ottica*, che cioè noi non siamo ancora in grado di conoscere la vera figura *naturale* delle macchie di Marte. Perchè sono fisiologici, e quindi fittizi, gli aggruppamenti di macchiette non meno delle linee dritte e delle geminazioni, perchè l'aver assistito allo scindersi della macchia chiamata Lago del Sole in otto o nove piccole macchiette, non significa aver *scoperta* la costituzione di quella macchia, bensì significa, più modestamente, aver sostituito all'unico baricentro ottico delle Carte del secolo scorso, otto o nove baricentri minori: è, se si vuole, un passo verso la verità, ma non è la verità.

Stimiamo dunque di esser nel vero affermando che la *grande* opposizione del 1924 ha segnato il colpo di grazia per i cosidetti « canali » e per tutta quanta la *geometria* marziana [1]; lungi dal mostrarci sempre meglio distinta e regolare quella mostruosa rete di linee semplici e doppie, la migliorata immagine del pianeta la ha quasi del tutto cancellata, facendo vedere, al suo posto, sia pure per la durata di un batter di palpebra, quelle macchie da cui esse linee traevano origine, macchie che appariscono distribuite nella maniera più naturale.

Riceve così completa conferma la sopra accennata *teoria ottica*, ben nota agli astronomi, la quale più che come una *teoria*, deve ormai considerarsi come risultato diretto delle osservazioni.

Geofisica. — *I risultati delle crociere della R. nave « Marsigli » nello stretto di Messina.* Nota di Francesco Vercelli, presentata dal Socio Volterra.

II. - RICERCHE SULLE CORRENTI

L'esplorazione delle correnti, nello stretto di Messina, rappresentava per la crociera della *Marsigli* un campo di indagini quasi vergine. Le conoscenze sul regime dei moti marini, frutto di millenaria esperienza e di tradizioni locali, riguardavano solo le apparenze superficiali e le constatazioni fatte con natanti alla deriva. Misure dirette delle correnti, sia in superficie, sia negli strati inferiori, non erano mai state compiute.

La missione affidata alla *Marsigli* ebbe per compito principale le ricerche sul regime delle correnti, pur dovendo eseguire, in parallelo, tutte le

(1) Tale è anche l'opinione di uno fra i più acuti areografi contemporanei: E. M. Antoniadi, per cui vedasi in « L'Astronomie », octobre 1924.

ordinarie determinazioni fisiche, chimiche e biologiche usuali nelle campagne oceanografiche. A queste indagini venne aggiunta una serie molto accurata di controlli con batimetro manometrico, per verificare sperimentalmente i coefficienti che si dovevano adottare per valutare la profondità di immersione degli strumenti, data la lunghezza del cavo e l'inclinazione di esso all'esterno dell'acqua. Si deve tenere presente che questo problema assumeva speciali caratteri di importanza, perchè le inclinazioni dei cavi raggiungevano spesso l'enorme valore di 75° gradi. Scartata la regola che assegna a tale coefficiente il valore stesso del coseno dell'inclinazione, si riscontrò che i coefficienti sperimentali coincidono con quelli teorici dati dal De Marchi. Adottati questi valori si disposero tabelle e grafici che consentirono di eseguire le misure direttamente a profondità assegnate, e non più in base a lunghezze date di cavo, e quindi a profondità variabili secondo l'inclinazione.

Riconosciute durante la prima campagna le zone tirreniche e joniche delimitanti le acque che partecipano ai moti dello Stretto, a queste acque venne rivolta successivamente l'attività massima consentita dai mezzi e dal tempo a disposizione. Le zone, ove più rapidi sono gli scorrimenti delle acque, furono sede di più estese e ripetute stazioni di osservazione. Quelle ove i moti sono quasi stazionari, o solo debolmente fluttuanti, furono investigate per intervalli minori.

Con abnegazione e valore i comandanti che la *Marsigli* ebbe nelle due campagne, i tenenti di vascello Vietina e Bianco, seppero vincere le difficoltà gravissime, derivanti sopratutto dalla necessità di ancorare la nave in ogni punto dello Stretto, senza riguardo ai vortici e alle correnti immani; ai fondali rocciosi, che talora non consentivano più il ricupero delle ancore; alle profondità, crescenti da 100 a oltre 1000 m. nel canale sud di Messina, che imponevano ancoraggi con semplici ancorotti e inverosimili lunghezze di cavi d'acciaio; difficoltà accresciute bene spesso dalle condizioni sfavorevoli del tempo e del mare, e dalla necessità di restare alla fonda per lunghi intervalli, e quindi anche in ore notturne.

Lo stretto settentrionale, che tanto morfologicamente, quanto dinamicamente, costituisce il vero stretto di congiunzione tra i bacini tirrenico e jonico, ed è sede delle correnti più veloci e in pari tempo più caratteristicamente regolari, venne esplorato colla precisa direttiva di giungere alla figurazione più completa che si possa dare a un regime di correnti di marea: la determinazione delle costanti armoniche tipiche di ogni settore marino.

Per lo stretto meridionale, come per le adiacenze joniche e tirreniche dello Stretto, il regime delle correnti non si presta a una figurazione così semplice, per le complessità dei moti ivi esistenti; però, noto il regime di corrente nello Stretto settentrionale, anche le curve di corrente di queste zone estesissime, percorse da deboli correnti, ricevono una facile interpretazione, almeno per le correnti degli strati superiori e per quelle di fondo.

Il raggiungimento delle figurazioni armoniche suppone il possesso di serie orarie di misurazioni dirette delle correnti, estese a intervalli minimi di quindici giorni, come per le maree. Serie di osservazioni, distribuite in vari punti, ma limitate a intervalli di soli uno o due giorni, come è uso fare nelle campagne talassografiche, non consentirebbero alcuna deduzione di carattere generale, di fronte a correnti di marea, o anche solo influenzate dalle maree, quali si hanno generalmente negli stretti (Messina, Gibilterra, Bab-el-Mandeb, ecc.). Dati di corrente, dedotti da metodi indiretti, quali sarebbero galleggianti lanciati alla deriva, in presenza di correnti alternate, come a Messina, perdono addirittura il limitatissimo valore che altrove possono avere.

Di una serie quindicinale di misurazioni di corrente, eseguite nella crociera del 1922, fu data notizia in una nota pubblicata in questi Atti nel 1922. L'analisi, limitata, in un primo tempo, alle sole onde semidiurne lunari e solari, venne successivamente completata ed estesa a tutte le quote dalla superficie al fondo, e a tutti i termini considerati usualmente nelle predizioni di marea per i porti principali.

Non si poterono fare altre serie quindicinali di misure orarie, dato il tempo limitato e l'estensione marina da esplorare. Una circostanza particolarmente favorevole consentì tuttavia di determinare egualmente, anche possedendo serie più brevi di osservazioni, le costanti armoniche di tutti i settori principali dello Stretto.

Si è osservato (nota 1ª) che le caratteristiche delle maree dello Stretto sono rispecchiate non solo dai valori assoluti delle ampiezze H_1 e dai numeri kappa; ma anche dai rapporti fra le ampiezze dei corrispondenti armonici, e dalle differenze tra i numeri kappa. Valutando, anche per gli armonici delle correnti nella stazione quindicinale, i rapporti delle ampiezze e le differenze dei numeri kappa, si trovano valori quasi identici a quelli delle maree, e propriamente delle maree tirreniche. Questa constatazione vale anche per le costanti armoniche degli altri vicinissimi settori marini, fra la sella e l'ingresso nord, poichè la forma delle curve rimane simile da sito a sito. Le relazioni, stabilite globalmente fra le curve delle correnti di un settore, e quelle simultanee di un settore di riferimento, possono servire quindi per la determinazione dei singoli armonici, noti quelli di una stazione di riferimento. Queste relazioni esprimono tre diversi elementi: un rapporto fra le ampiezze degli armonici; un ritardo o anticipo relativo di fase; un diverso valore della corrente progressiva, figurata nel termine indicato usualmente con A_0.

Determinati questi tre elementi, vennero valutate le costanti armoniche di ogni settore. Probabilmente i valori ottenuti sono da ritenere corretti solo per i termini prevalenti; gli armonici secondari, specialmente M_4, subiscono influenze locali, che sfuggono alla legge di permanenza dei rapporti, sopra ricordata, anche nell'ambito di una ristretta zona. Ma eventuali errori, anche

grossolani, su questi termini, sono di scarsa influenza nella sintesi degli armonici.

Avendo lunghe serie di dati per i controlli, rilevati in diverse età lunari ed epoche dell'anno, si poterono verificare le approssimazioni consentite dalle figurazioni armoniche. Si trovò un accordo così intimo fra osservazioni e calcoli, quale non si potrebbe pretendere maggiore, tenuto conto della natura dei fenomeni considerati.

Si tratta di correnti alternate, raggiungenti quasi sei miglia ora al centro della sella e verso Punta Pezzo. Correnti pulsanti come il vento, attorno a una linea media, che non potrebbe essere sperimentalmente costruita con esattezza se non mediante apparecchi a registrazione continua, già proposti, ma non ancora divenuti di uso pratico; fluttuanti rapidamente attorno alle medie direzioni locali degli scorrimenti, ancora come il vento; alterate da numerose cause perturbatrici, per influenze morfologiche del fondo e delle coste, per emersioni delle correnti inferiori, per vortici estesi e rapidi, ecc.

Il calcolo delle correnti, per le diverse zone dello stretto settentrionale, riproduce con esattezza tutte le caratteristiche locali dei variabili regimi di corrente: disuguaglianze diurne, molto sentite durante le epoche di forte declinazione lunare; dissimmetria fra la corrente montante verso il Tirreno (localmente *rema montante*) e scendente verso il Jonio (*rema scendente*); dissimmetria dovuta alla presenza della corrente progressiva A_0, che si aggiunge a quella alterna di marea, presenta una notevole fluttuazione con periodo di un mezzo mese sinodico lunare, e agisce così fortemente, che in epoca di quadrature la corrente montante viene ridotta a deboli valori e a brevi intervalli, o addirittura invertita in corrente scendente.

Queste figurazioni armoniche delle correnti furono ottenute assimilando i moti dello Stretto a quelli di un canale, percorso da alterne correnti, prescindendo dalle momentanee fluttuazioni azimutali.

Venne tentata anche una figurazione delle correnti, considerate come quantità vettoriali, ed operando le analisi e le sintesi sopra le componenti secondo due direzioni stabilite. Il risultato fu negativo, per insufficiente approssimazione. Le irregolari fluttuazioni, tenute in conto nella valutazione delle componenti, non avendo carattere giratorio permanente, producono successioni irregolari nei valori delle componenti e determinano inesatte valutazioni degli armonici.

Il regime delle correnti varia lievemente, da quota a quota, in tutto lo Stretto settentrionale. In generale vi è solo un lieve rallentamento di velocità e qualche piccolo sfasamento dalla superficie agli strati inferiori, ma in complesso si può affermare una piena analogia di moto dalla superficie sino al fondo.

Nel canale meridionale, dalla sella di Punta Pezzo sino al Jonio, le correnti sono molto più deboli e sottoposte a regime assai complesso. La corrente montante si manifesta in forma di lenti scorrimenti delle acque pro-

fonde, che risalgono la vallata jonica ed alimentano la corrente montante dello Stretto settentrionale. Il trapasso da scendente a montante, nelle adiacenze della sella, avviene con emersione di queste acque abissali, come è provato in modo indubbio dall'abbassamento termico fortissimo e dalla comparsa di esemplari di fauna abissale. L'eccesso di acqua, portata da queste correnti degli strati inferiori, retrocede verso il Jonio, in forma di controcorrenti intermedie o superficiali. Negli strati superiori, dalla trasversale di Messina verso sud, prevale corrente scendente. La curva di corrente oscilla ancora, ma in generale si mantiene sotto l'asse zero; non presenta cioè inversioni. Ai due lati del canale dominano ampie distese di controcorrenti (bastardi) che presentano notevoli oscillazioni ed esercitano anche influenza nel meccanismo delle correnti.

L'esame delle distribuzioni delle correnti consente di rilevare facilmente la genesi e le leggi di propagazione dei moti turbolenti, che avvengono, a intervalli, nelle acque dello Stretto, su linee generalmente trasversali, le quali si spostano rapidamente, recando al loro passaggio una forte agitazione del mare. Queste apparenze sono distinte in due gruppi, denominate localmente *taglio* e *taglio grande*. Il taglio ha forme tipiche di ribollimenti, come se vi fossero innumeri piccole polle sottomarine, ed è accompagnato da numerosi vortici. Distingue le zone ove avviene inversione di corrente. Si genera più spesso all' ingresso nord: si sposta a sud, procedendo quindi nel verso stesso della corrente, se questa è scendente; in verso opposto se montante. Il taglio grande avviene con ritardo sul primo, e rappresenta un rapido incremento di velocità. Se si tratta di scendente, specialmente di massima scendente diurna, si propaga a sud sino al Jonio, impiegando circa sei ore. Al suo passaggio la curva di corrente subisce un salto verso i massimi valori della velocità. Le apparenze del taglio grande, simili ai frangenti dovuti al vento e alle turbolenze di una cascata d'acqua; la sua genesi, dovuta inizialmente all'azione ritardatrice della sella; la sua propagazione, che va gradualmente investendo zone sempre più profonde, quanto più procede verso sud; e sopratutto la forma tipica delle curve, inducono ad assimilare questo fenomeno con quello noto nelle maree fluviali col nome di Bore (ingl.) o di Mascaret (franc.).

Fisica. — *Sulla trasformazione del Nichel nell'intorno del punto di Curie*[1]. Nota di WASHINGTON DEL REGNO, presentata dal Socio M. CANTONE [2].

Negli studii del Weiss sul passaggio del Nichel dallo stato α o stato ferromagnetico allo stato β o stato paramagnetico, risulta che la temperatura del punto di Curie, cioè quella alla quale cessa il ferromagnetismo spontaneo, compresa, come risulta dalle più recenti esperienze, tra 356° e 364° C, non coincide con la temperatura alla quale si inizia lo stato paramagnetico, quest'ultima temperatura essendo un po' maggiore della prima e, per quanto non ancora ben determinata, poco diversa da 400° C: il Weiss considera questo intervallo come intervallo di trasformazione.

Dai risultati da me ottenuti nello studio del comportamento elastico di questo metallo a varie temperature [3], si è invece indotti a pensare che questo passaggio di stato sia assai più lento avendo luogo in un intervallo che va dai 300° ai 400° C. Per decidere della questione e trarre delle conclusioni dall'insieme dei risultati delle esperienze del Weiss e mie era necessario determinare il valore della temperatura del punto di Curie per la qualità di Nichel da me impiegato [4].

Delle due prove, la elettrica e la magnetica, ho prescelta la prima, sia perchè la variazione del coefficiente termico della resistenza elettrica del Nichel è notevole, sia per impiegare lo stesso impianto e quindi le stesse condizioni sperimentali delle esperienze elastiche. A tal uopo ho disposto il filo su tubo di quarzo, avvolto a spirale antinduttiva, su di una lunghezza di 10 cm. nel centro del forno, in modo da averlo tutto alla stessa temperatura, facendo determinazioni di resistenza con un ponte di Wheatstone in condizioni di equilibrio termico fra forno, pinza termo-elettrica ed avvolgimento di Nichel: per la misura della temperatura usavo un galvanometro Depretz-D'Arsonval ed una pinza Le Chatelier, la stessa impiegata nelle determinazioni elastiche.

I risultati ottenuti in seguito a numerose prove sono indicati nella figura. La curva 3 si riferisce alla variazione relativa della resistenza elettrica, la 2 è costruita con i valori dei coefficienti veri di variazione della resistenza elettrica con la temperatura e la 1 rappresenta la variazione della tensione limite elastica con la temperatura già determinata nelle precedenti esperienze.

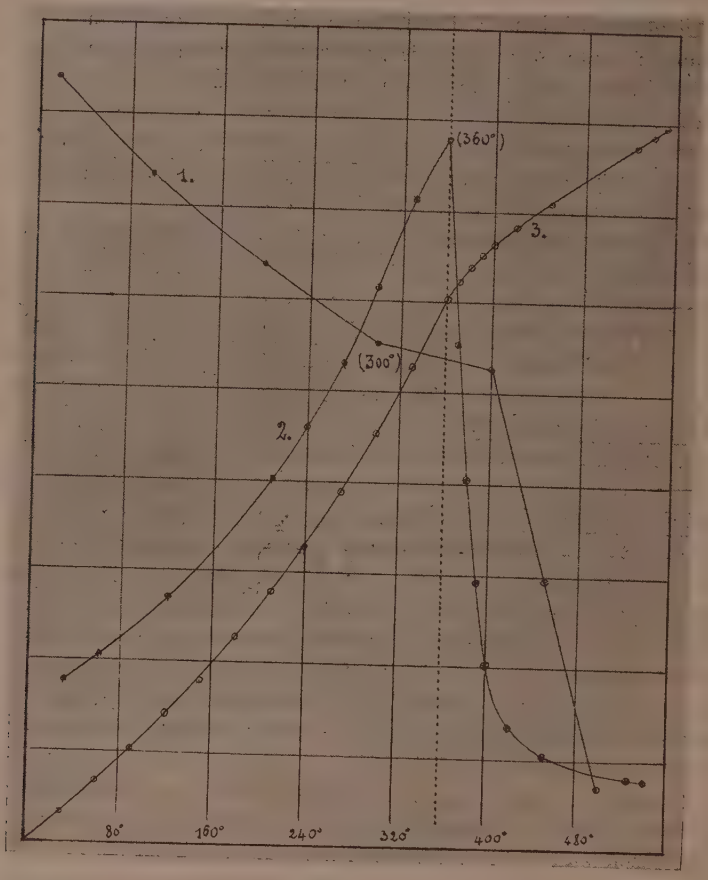
(1) Lavoro eseguito nell'Istituto fisico della R. Università di Napoli.

(2) Presentata nella seduta del 1° febbraio 1925.

(3) «Rendiconti Reale Accademia dei Lincei». Vol. XXXI, serie 5ª, 1° semestre, fascic. II: id. id. 2° semestre, fascic. V-VI.

(4) Il Nichel era in fili dello spessore di mm. 0,5, ricotto, proveniente dalla ditta Kalbaum di Berlino.

Da essi si rileva che il passaggio da un andamento all'altro si inizia in prossimità dei 360° e termina nell'intorno di 400°: ritroviamo cioè in queste esperienze sul Nichel da me impiegato, le temperature indicate dal Weiss nelle sue esperienze di carattere magnetico. Può sorgere il dubbio che diversa sarebbe la curva 3 e diverso il punto di singolarità indicato dalla 2 qualora ci si riferisse non ai valori della resistenza, ma a quelli della resi-



stenza specifica: questa verifica è stata fatta ammettendo per coefficiente di dilatazione lineare del Nichel il valore 0.000013 dato dalle tavole, ottenendosi andamento analogo a quello della figura e le stesse conclusioni per l'intervallo di trasformazione e per i valori delle temperature che limitano questo intervallo.

Dall'insieme delle varie esperienze risulta dunque in modo indubbio che la temperatura alla quale si inizia il nuovo stato del Nichel o meglio, la

temperatura alla quale è completa la trasformazione del Nichel α in Nichel β, non è quella del punto di Curie cioè di 360°, come generalmente veniva indicato, ma una temperatura alquanto maggiore poco diversa da 400° C.

Per l'inizio poi del passaggio di stato l'accordo fra le varie esperienze viene a mancare avendosi da quelle di carattere elettrico e magnetico la temperatura di 360° C. e da quelle di carattere termo-elastico la temperatura di 300° C. Ciò può ritenersi dovuto alla natura essenzialmente diversa dei fenomeni studiati.

Il comportamento elettrico e il comportamento magnetico di una sostanza sono difatti fenomeni essenzialmente diversi dal comportamento termo-elastico che è di natura prevalentemente molecolare, intervenendo in esso il meccanismo delle forze dovute alla modificata coesione, complesso in generale ed ancora più nel caso delle mie esperienze per la deformazione permanente della sostanza condotta sino alla rottura.

Può in effetto dirsi che tale comportamento sia dovuto: 1° alla notevole plasticità, caratteristica del Nichel a temperature ordinarie, ciò che porta una grande dilatazione lineare elastica, un coefficiente di Poisson piuttosto grande e la conseguente notevole diminuzione della sezione trasversale; 2° al fatto che la grande plasticità, propria di tutta la fase delle grandi deformazioni, ma in ispecie dell'intervallo che precede la rottura, diminuisce col passaggio del Nichel dalla temperatura ordinaria a quelle più alte.

Che questa zona, da 300° a 400°, sia in effetti una zona di singolarità lo confermano, a mio modo di vedere, anche le esperienze sull'effetto magneto calorico di recente scoverto dal Weiss nello studio appunto delle proprietà magnetiche del Nichel, dalle quali risulta, come si rileva dai dati che si riportano, che questo effetto esiste in modo apprezzabile solamente nell'intorno del punto di Curie, in un intervallo corrispondente a quello precedentemente considerato.

Temperature	0°	300°	360°	400°	500°
Effetto magneto calorico .	+ 0.°1	+ 0.°3	+ 1.°2	+ 0.°4	+ 0.°0
Variazione media per grado	0.0006	0.015	0.020	0.004	

Dall'insieme delle precedenti considerazioni risulta dunque che non è da parlare di una temperatura alla quale si inizia il passaggio di stato, essendo essa diversa a seconda del fenomeno fisico che vien preso in esame. Ciò suggerisce l'ipotesi che alcune proprietà di questa sostanza presentano una variazione non appena una parte anche piccola della sostanza passa da uno stato all'altro, mentre altre variano invece solo quando una certa parte della sostanza ha subita la trasformazione. Questa, compiutasi per tutta la massa della sostanza, tutte le proprietà variano con una diversa legge in funzione della temperatura a partire, per tutte, da uno stesso valore.

Geologia. — *Primi risultati geologici della Missione della R. Società Geografica in Somalia (1924).* Nota di Giuseppe Stefanini presentata dal Socio Giotto Dainelli.

La missione recentemente affidatami dal Governo della Somalia e dalla R. Società Geografica Italiana (gennaio-luglio 1924) mirava al completamento degli studi, specialmente geologici, condotti in un mio precedente viaggio (1913). Ciò apparisce evidente anche dalla cartina qui riprodotta alla scala di 1: 8,000,000, sulla quale ho schematicamente tracciato gl'itinerari di ambedue i viaggi.

Del primo detti già un resoconto in varie pubblicazioni (1); del secondo sarà presto pubblicata una relazione di carattere prevalentemente itinerario e geografico. Posso dunque sorvolare del tutto su questi argomenti, limitandomi ad avvertire, come nel viaggio recente io abbia potuto largamente estendermi in territori diversi, e in parte molto lontani, da quelli percorsi altra volta, sia istituendo apposite escursioni, come quelle nella Somalia meridionale e nel sultanato di Obbia, sia approfittando di una spedizione governativa organizzata dal cav. E. Coronaro, per associarmi ad essa, e visitare con lui e col mio compagno di missione prof. N. Puccioni, antropologo, gran parte del sultanato dei Migiurtini.

Io non posso, del resto, nè pel momento vorrei diffondermi a descrivere minutamente nei suoi diversi membri la serie stratigrafica riconosciuta nel vasto campo delle mie escursioni: intendo solo tracciare nelle sue grandi linee la costituzione geologica del paese, quale resulta dalle mie ricerche più recenti, coordinate a quelle precedentemente compiute da me medesimo e al pochissimo che si sapeva già, e messe in rapporto con quanto è noto delle regioni circostanti.

Rocce cristalline antiche. La serie sedimentare poggia sulle rocce cristalline antiche (granititi, pegmatiti e subordinatamente gneiss, sieniti, anfiboliti, ecc.) tanto nel sud quanto nel nord della Penisola.

A sud le rocce cristalline (Sacchi-Millosevich, Stefanini) affiorano nella Somalia meridionale Italiana (zona Bur Meldac-Bur Eibi) e fuor dei confini nelle valli del Tana e dell'Uaso Niyro (Hobley, Parkinson), in quella del Daua (Sacchi) ecc. Queste stesse rocce spuntano fuori nell'estremo nord

(1) Missione Stefanini-Paoli, *Ricerche idrogeologiche, botaniche ed entomologiche fatte nella Somalia Italiana Meridionale (1913).* Firenze, 1916. — G. Stefanini, *Sur la constitution géologique de la Somalie Italienne Meridionale*, « C. R. XIII Sess. Congr. Géol. Intern., Belgique 1922 », vol. II. Bruxelles (in corso di stampa).

della penisola Somala, alla base della scarpata dell'altipiano e nel basso-piano costiero, sia nella Somalia inglese presso Berbera (Gregory) e presso Lasgoré (Revoil-Rochebrune), sia a Galcalà, al confine tra questa colonia e la nostra Migiurtinia, donde proviene un campione favoritomi da Hahmed Tagir, capo indigeno del paese, fratello del sultano Osman Mahmud; sia infine nell'isola di Socotra (Gregory).

Trias. Nella regione di Lugh si estende largamente una formazione di arenarie variegate, marne, gessi e calcari, descritta già dal Sacchi e attribuita dal De Angelis al Trias, in seguito al ritrovamento di un dente e di alcune placche dermiche, che il compianto Bassani ascrisse al *Colobodus maximus*. Io ho potuto studiare minutamente questa « serie di Lugh », ma i suoi rapporti col substrato non hanno potuto essere definiti per ora in alcun punto: infatti, tanto a sud-est, quanto (sembra) a nord-ovest su questa zona arenaceo-gessosa si appoggia una formazione di calcari giurassici (« serie di Bardera ») costituente l'altipiano del Baidoa e di Uddur-Tigieglò; formazione che riposa qui, in trasgressione, direttamente sulle rocce cristalline della zona dei bur, nascondendo quindi i contatti trias-granito.

Nei paesi a sud della Somalia, e particolarmente nel Kenialand, il Trias si presenta, come è noto (Krenkel), con analoga *facies* arenacea ma con fossili continentali: sono le « arenarie di Mazeras ».

Giuralias. Calcari giuraliassici, compatti, grigi e calcari marnosi e selciferi, più o meno coevi di quelli già da me descritti come costituenti la « serie di Bardera » (calcari a *Perna;* calcari a *Macrocephalites* ed *Hecticoceras* del Calloviano; calcari a *Rhynchonella moravica* del Sequaniano ecc.) furono già segnalati nell'Oltregiuba (Stefanini, Parkinson) e nel Kenialand (Dacqué), nel paese dei Galla (Dacqué), all'Harrar (De Angelis) e nella Somalia settentrionale Inglese (Crick, Newton) e finalmente nell'Arabia meridionale (Newton, Tipper). Il recente viaggio mi ha permesso di constatare l'estensione di questi terreni nella parte nord e nord-est dell'altipiano di Baidoa fino a Uddur e Tigieglò, delimitandone gli affioramenti anche da questa parte.

Cretacico. Al Giurassico della Somalia meridionale succede verso N-E una zona di gessi forse rappresentanti il Cretacico inferiore) con copiosi resti di legni silicizzati, in giacimento superficiale. I gessi sono sormontati da una formazione di calcari-marnosi gialli, calcari compatti a rudiste e calcari selciferi, che attribuisco al Cretaceo medio e che indicherò come « serie di Giglei » perchè bene sviluppata nei dintorni di quella residenza. Sono calcari con *Orbitolina, Nautilus radiatus, Douvilléiceras mamillare, Brancoceras Senequieri, Pachydiscus* sp., *Hamites, Vola quinquecostata* ecc., calcari a *Chondrodonta* e *Ostrea Delgadoi,* calcari a *Radiolites* ecc. Una prima

indicazione di fossili cretacei da questa regione è stata data dal Crema poi dal Checchia-Rispoli, su materiali di provenienza non bene precisata; mentre a qualche centinaio di km. più a monte nel bacino dello Scebeli, già il Keller nella prima spedizione Ruspoli aveva raccolto una faunetta attribuita dal Mayer al Neocomiano, ciò che mi aveva indotto fino dal 1916 a ritenere probabile l'esistenza di strati cretacei anche entro i confini della colonia. Anche nel Kenyaland e nei Galla il Cretaceo era stato segnalato dal Krenkel, dal Dacqué, dal Müller.

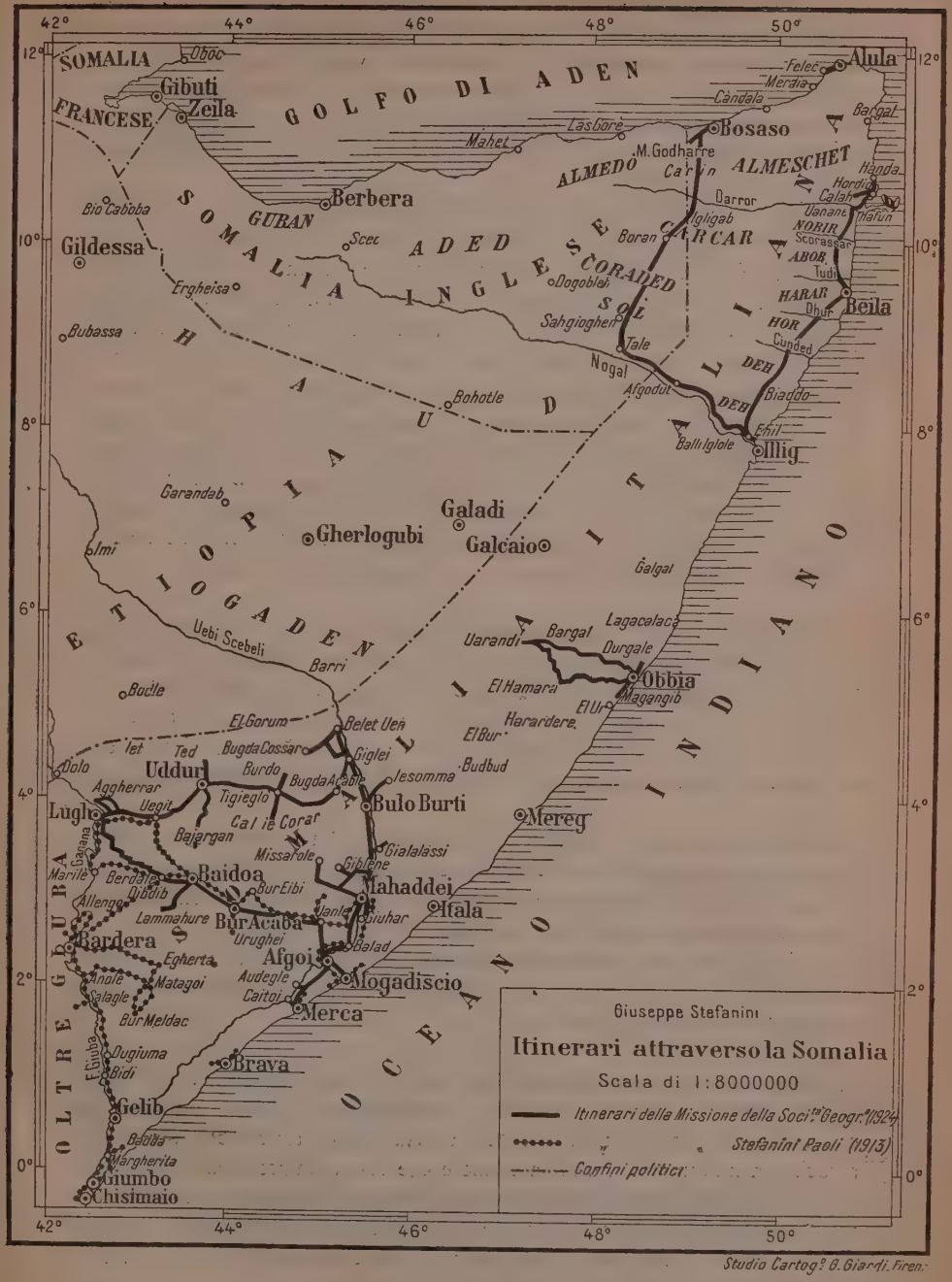
Terreni, a un dipresso, degli stessi livelli ho d'altro canto riconosciuto alle falde settentrionali della catena di Almedò verso il golfo di Aden (M. Godharre). Sono anche qui calcari grigi o gialli con *Orbitolina*, *Alveolina*, *Cubitostrea*, *Pycnodonta*, *Cidaris* ecc., attribuibili al Mesocretaceo. Il Rochebrune (Revoil) aveva segnalato in questa zona fossili neocomiani, con *facies* diversa e in località differenti, *facies* ritrovata da me in fossili dell'Arabia meridionale (sultanato di Makalla). Il Cenomaniano era finora ignoto nella Migiurtinia, mentre era invece noto a Sokotra e a Abd-el-Kuri (Kossmat) ed anche nell'Arabia meridionale (calcari ad *Orbitolina* ed echinidi di Marbat, illustrati dal Duncan).

A una trentina di chilometri dalla riva sinistra dello Scebeli all'altezza di Bulo Burti affiorano a Jesomma delle brecciole e arenarie quarzose screziate di porpora e contenenti a certi livelli noduli ferruginosi. Sebbene litologicamente molto simili alle arenarie dette di Adigrat, nell'altipiano eritreo, ritenute triassiche, queste arenarie di Jesomma sono probabilmente riferibili al Cretaceo.

Secondo notizie raccolte a fonti attendibili, il retroterra di Itala e di Meregh sarebbe costituito da formazioni gessifere, che si ricollegherebbero alle arenarie di Jesomma: certo i gessi, associati ad arenarie e a calcari selciferi, son largamente estesi nell'interno del sultanato di Obbia, dove potei attraversarli per oltre un centinaio di chilometri. Qui i documenti paleontologici fanno totalmente difetto, nè potei stabilire rapporti stratigrafici significativi; ma per una qualche analogia litologica penso che questa « serie di Uarandi » possa forse omologarsi o connettersi alla serie di Taleh, studiata nel paese dei Migiurtini.

Eocene. La Migiurtinia è costituita da una potente ed estesissima pila di strati terziari, formanti un grande altipiano dolcemente e uniformemente declive dai monti Alsangheli, Almedò, Almeschet ecc. verso S-E. (che è quanto dire dal golfo di Aden verso l'Oceano Indiano) e inciso dalla valle del Darror e da quella del Nogal oltre che da molte altre minori.

In questi strati (che nella scarpata nord riposano, come si è detto, sul Cretaceo) possiamo distinguere alla base la « serie di Taleh ». Questa è formata da gessi, arenarie, marne, calcari con selce ecc., ed è costantemente priva di fossili; ma poichè nel medio Nogal a Damer, e nelle pendici del



Studio Cartog.a G. Giardi. Firen.

Carcar essa fa graduale passaggio alle sovrapposte marne verdastre con gesso del Luteziano inferiore, può con verosimiglianza ascriversi all'Eocene più antico. La serie di Taleh s'identifica sicuramente con le arenarie gessose costituenti il termine inferiore della « serie dei Golis », che i viaggiatori hanno segnalato alle falde della catena omonima e in molti altri punti della Somalia settentrionale Inglese, senza che ne sia stata mai determinata l'età, neppure in modo approssimativo.

Sulla serie di Taleh poggia in concordanza e continuità di sedimentazione la « serie del Carcar », costituita da marne, calcari marnosi e calcari compatti, selciferi, contenenti una ricca fauna di nummuliti (*N. gizehensis*) ed inoltre: *Dictyoconus* aff. *aegyptiensis*, *Porocidaris* aff. *Schmideli*, *Coptosoma* aff. *Rousseli*, *Vulsella*, *Terebellum*, *Velates Schmidelianus*, *Gisortia* aff. *Murchisoni*, *Campanile Lachesis* ed altri grossi gasteropodi. La serie di Carcar si estende, oltre alla regione omonima, a tutto l'altipiano di Coraded, di Nobir, Deh ecc., nonchè a parte della valle del Darror, alle gole di Carin e perfino alla zona marittima presso Bosaso e al Ras Felec vicino Adula.

Terreni riferibili all'Eocene erano stati segnalati nella Somalia settentrionale Inglese (Gregory, Newton), nell'Arabia meridionale (Newton) e nell'isola di Socotra (Kossmat) e, verso il sud, nell'Africa Orientale tedesca (Wolff) e a Madagascar (Lemoine), ma non mai nella Somalia Italiana.

Oligocene. Agli strati eocenici si appoggia quella che chiameremo « serie di Hafun », costituita da argille e marne con cristalli di gesso e concrezioni ferruginose, arenarie quarzose e sabbie, calcari marnosi ecc. con nummuliti (*N. intermedius*) e Lepidocicline associate, *Echinolampas* aff. *cherichirensis*, *Clypeaster* aff. *biarritzensis*, *Pecten* sp. e altri fossili di tipo oligocenico. A questa formazione s'intercalano interrottamente banchi di coralli costruttori.

Gli affioramenti dell'Oligocene sono limitati ad una zona relativamente ristretta, situata lungo la costa dell'Oceano Indiano, dove ho potuto accertarne l'esistenza nella zolla calcarea formante il promontorio di Hafun, nella bassa valle del Darror, a Bender Beila, alla foce del Nogal.

L'Oligocene era a tutt'oggi sconosciuto in tutta la Somalia: i lembi più vicini segnalati finora son quelli dell'India (Douvillé) e dell'Africa Orientale ex-tedesca (Douvillé).

Miocene. La serie oligocenica fa insensibile passaggio in alto a strati calcareo-marnosi bianchi o giallastri, con *Clypeaster*, *Chlamys*, *Strombus* e con intercalati grossi banchi gremiti di gigantesche lepidocicline, non più associate a nummuliti. Tutto fa ritenere che siamo in presenza di un primo livello miocenico, anche questo nuovo del tutto per la regione, ma che troverebbe riscontro nelle formazioni coeve del Golfo Persico e dell'India da un lato, di Madagascar (Lemoine) e dell'Africa orientale tedesca (Wolff) dall'altro.

È superfluo aggiungere, che questi strati miocenici sono limitatissimi di estensione, trovandosi al sommo dell'Oligocene, che è già di per sè pochissimo esteso entro terra. Ne constatai l'esistenza presso Hafun e in qualche altro punto del litorale dell'Oceano Indiano.

Rocce eruttive terziarie. Restano da ricordare le rocce eruttive, di età probabilmente terziaria, le quali permangono talvolta come intrusioni tinguaitiche, tal altra e più spesso come lembi di colate basaltiche accompagnate or si or no da scarsi tufi, in tutta la regione attorno a Lugh e Dolo sulle arenarie triassiche, nell'altipiano di Allengo sopra i calcari giurassici, nella zona di Bugda Acable e di Giglei sui gessi e sui calcari cretacei. Esse si riconnettono forse a quelle dell'Oltregiuba e del Kenyaland (Parkinson), del paese dei Galla, dell'Ogaden ecc.

Formazioni quaternarie. Le formazioni quaternarie continentali (terra rossa e laterite; noduli ferruginosi; calcari di steppa e travertino dei pozzi, delle sorgenti, delle cascate; dune mobili e fisse; alluvioni dei fiumi e dei torrenti, saline) occupano vastissimi spazi specialmente nella Somalia meridionale e nel sultanato di Obbia.

Le formazioni quaternarie marine sono, al contrario, limitatissime o nulle sulla costa dell'Oceano Indiano, ove non assumono un qualche sviluppo che a Giumbo e nell'Oltregiuba verso sud, ad Obbia e ad Hordijo verso nord; assai estese sono invece sulla costa del golfo di Aden, dove però si hanno pure — specialmente in corrispondenza dello sbocco del Carin — potentissimi depositi di ciottoli alluvionali calcarei, non tutti forse riferibili al Quaternario, i quali s'insinuano anche entro le valli.

Conclusioni. In conclusione, i due viaggi compiuti nella Somalia mi hanno permesso:

1°) di riconoscere una potente serie di terreni sedimentari, parte calcarei, parte arenaceo-gessosi, che s'inizia ora col Trias ora col Giuralias e comprende il Cretacico, l'Eocene, l'Oligocene e il Miocene inferiore. I terreni sedimentari riposano su un imbasamento di rocce cristalline antiche tanto al nord, dove affiorano in spaccato nella scarpata dell'altipiano che guarda il golfo di Aden, quanto a sud, dove i più antichi si estendono in vasti affioramenti scaglionati e digradanti verso nord, così da formare il margine meridionale di un vasto bacino occupato nel fondo dal Terziario della Migiurtinia. Qua e là si osservano lembi residuali di rocce eruttive cenozoiche;

2°) di documentare lo studio stratigrafico con ricche raccolte di minerali, rocce e fossili;

3°) di preparare un rilievo geologico (sia pure sommario e con qualche lacuna) di un paese molto esteso, in parte notevole inesplorato anche geograficamente;

4°) di serrare abbastanza dappresso la questione dell'età del golfo di Aden. Infatti, tenuto conto del fatto, che vi è corrispondenza perfetta fra le serie stratigrafiche della Somalia settentrionale, di Socotra e dell'Arabia meridionale (come risulta dalle ricerche sul terreno del sig. Little e dai fossili da lui raccolti in Arabia e da me studiati), è evidente che, mentre l'emersione della penisola s'iniziò già avanti il Miocene, prima a sud poi gradatamente a nord, la formazione della fossa Aualite dovuta evidentemente a fratture — siano poi queste accompagnate da sprofondamento, di una vasta zolla (Suess) o da spostamenti orizzontali di « deriva » (Wegener), dev'essere avvenuta nel Terziario superiore.

Nel Quaternario si sono avuti, poi, sensibili sollevamenti, che hanno portato a 20 e 30 m. di altezza le terrazze marine di Makalla in Arabia, di Socotra, e di Alula in Somalia.

La Somalia Meridionale frattanto, emersa fin dalla fine del Cretaceo, non presenta traccia di sollevamenti, ma piuttosto di una recente sommersione, per cui le alluvioni dello Scebèli hanno la loro base sotto il livello del mare (Crema), e i calcari con conchiglie terrestri, xerofile, identiche a quelle viventi sulla prossima duna (*Otopoma*, *Achatina*) formano l'imbasamento della costa a picco presso Mogadiscio, oggi potentemente erosa dall'Oceano.

Botanica. — *Ricerche sui pigmenti delle Floridee.* Nota del dott. G. Rodio, presentata dal Socio Corrisp. F. Cavara [1].

Il pigmento tipico delle Floridee è stato indicato con denominazioni diverse; e discordi sono state le vedute sulla sua natura e funzione.

Nella letteratura dell'argomento si sono alternate due vedute, di cui una ammette la coesistenza di due pigmenti nelle Floridee, uno solubile nell'acqua, insolubile nell'alcool (Ficoeritrina) l'altro solubile nell'alcool, insolubile nell'acqua (Clorofilla). Questa veduta espressa primieramente da Kützing (1843), fu ripresa da Askenasy (1867), Rosanoff (1867), Pringsheim (1875), Reinke (1876) e dai più recenti ricercatori, sino a Kylin (1910), che ha portato il più importante contributo alla conoscenza dell'argomento. L'altra veduta, espressa da Nägeli (1847), ammette la presenza di un pigmento solo, l'Erytrophylla, che alla morte dell'alga si trasformerebbe in clorofilla; fu ripresa, con qualche variante da Schwendener (1867), e da Cohn (1867) il quale ultimo chiamò il pigmento Rhodophyll, scomponibile alla morte dell'alga in clorofilla e ficoeritrina (non identica a quella di Kützing).

Spetta a Molisch il merito di aver ottenuto per primo le reazioni delle sostanze proteiche, e la cristallizzazione del pigmento; Hanson (1909) eseguì

(1) Presentata nella seduta del 18 gennaio 1925.

la prima ricerca analitica; Kylin è riuscito ad averlo allo stato di purezza ne ha dato la composizione centesimale, e ha fatto interessante studio dei caratteri fisici e chimici di esso.

Lo studio spettrale del pigmento fu iniziato da Stockes (1854); ripreso da Rosanoff, Pringsheim, Reinke, Schütt, con risultati alquanto discordi. I più esatti devono ritenersi quelli del Kylin, che ottenne il pigmento puro.

Non sembra sieno state condotte di proposito indagini su la funzione del pigmento, tranne quelle di Wurmser (1922), degne di menzione, sulla *Rhodymenia palmata*, che fanno concludere l'A. per un intervento della ficoeritrina nel processo dell'assimilazione.

Ciò mi ha consigliato ad estendere le indagini in questo campo, variando il materiale e le condizioni dell'esperienza.

In alcune Floridee, alla ficoeritrina si associa il Ficociano, che fu oggetto di osservazioni per parte di Cohn, Rosanoff, Millardet, Sorby, Molisch e Kylin il quale ha distinto tre modificazioni di tal pigmento.

Le osservazioni e ricerche da me condotte su varie Floridee del golfo di Napoli mi fanno trarre le seguenti conclusioni generali.

Il pigmento rosso (Ficoeritrina) cristallizza dalle soluzioni mediante $(N_4H)_2\ SO_4$ in cristalli prismatici esagonali. La cristallizzazione si può provocare anche nelle cellule, ma non tutte le specie osservate si prestano. Si hanno, in massima, delle tavolette esagonali.

Il pigmento è già formato nella spora, che ne è abbondantemente provvista.

L'osservazione spettrale fa rilevare tre bande di assorbimento nel verde. Nelle diverse specie osservate esse presentano dei piccoli spostamenti dell'asse delle bande. In diverse specie la banda mediana presenta un più debole assorbimento. Riferendoci alla *Bornetia secundiflora*, sotto lo spessore della soluzione di mm. 17, le bande sono individuate dalle rispettive lunghezze d'onda, in $\mu\mu$: I λ 576-564; II λ 550-530; III λ 506-494.

È verosimile che la maggiore attività si esplichi dalla I e II banda, le quali mostrano minore stabilità della III; per la facilità del pigmento a dare un cloroderivato in corrispondenza dei gruppi molecolari corrispondenti.

Il Ficociano è presente in pochissime forme, associato alla Ficoeritrina. Presenta caratteri fisici analoghi; ha però due sole bande, o una, nella zona del rosso arancio.

Non è forse arrischiato di ammettere la esistenza di più modificazioni della Ficoeritrina (come si è fatto da Kylin pel Ficociano), vicinissime d'altronde fra loro.

Le indagini sulla funzione del pigmento permettono di concludere favorevolmente al suo intervento nel processo fotosintetico contrariamente a quanto si opina dalla maggioranza degli autori. I dispositivi per questo scopo furono realizzati interponendo dei filtri liquidi rosso e verde, (scelti

in modo opportuno, e analizzati spettralmente in precedenza) tra la luce solare, o una sorgente artificiale, ed alghe rosse e verdi messe in confronto; la velocità di assimilazione sotto le radiazioni verdi si mostrò relativamente maggiore per le Floridee che per le Cloroficee.

Qualche esperienza ha mostrato che le radiazioni violette sono dalle Floridee utilizzate meno che dalle Alghe verdi.

Da alcune esperienze a luce diffusa è risultato che a parità di massa assimilante, le Floridee assimilano in luce diffusa meglio delle Cloroficee.

La elaborazione della Ficoeritrina sembra potersi interpetrare in modo più consono ai risultati delle esperienze, specialmente per le Floridee di zone superficiali, come un adattamento alla luce diffusa o attenuata. Tale interpretazione è più soddisfacente di quella, pure ingegnosa, che ne dà la teoria dell'adattamento cromatico di Engelmann e Gaidukov, poggiante sul fatto che nelle profondità marine dominano le radiazioni più rifrangibili, e secondo la quale le Alghe dei diversi gruppi assumono il colore complementare della luce che ricevono.

Figura *C*.

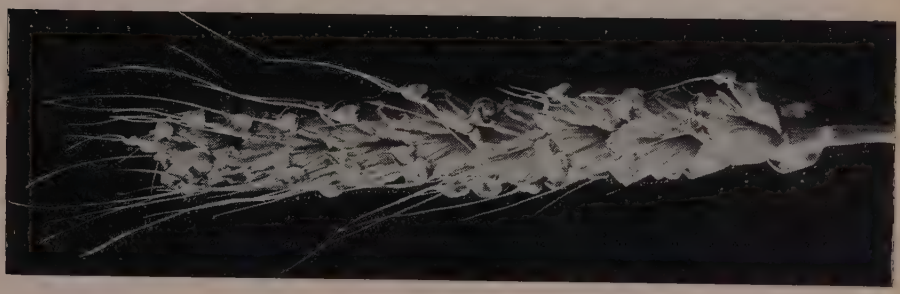


Figura *B*.

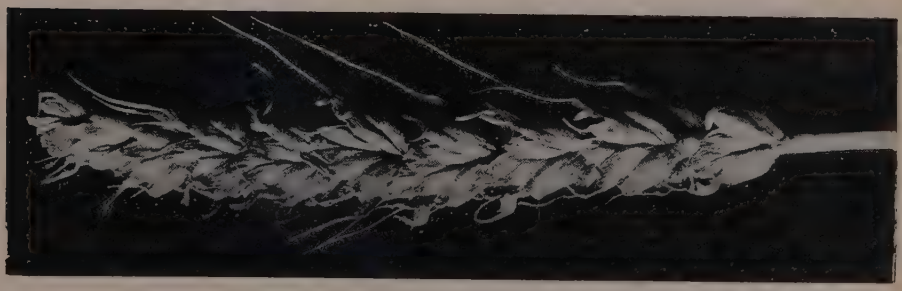


Figura *A*

(4/5 della grandezza naturale).

Figura *A.*

Figura *B.*

Figura *C.*

Figura *D.*

Figura *E.*

Figura *F.*

(4/5 della grandezza naturale).